

Analytical Solution for Estimating the Suppression of the Transition from a Surface Fire to a Crown Fire in a Two-Tier Forest

T. S. Kiselev, L. Yu. Kataeva, N. M. Shmeleva

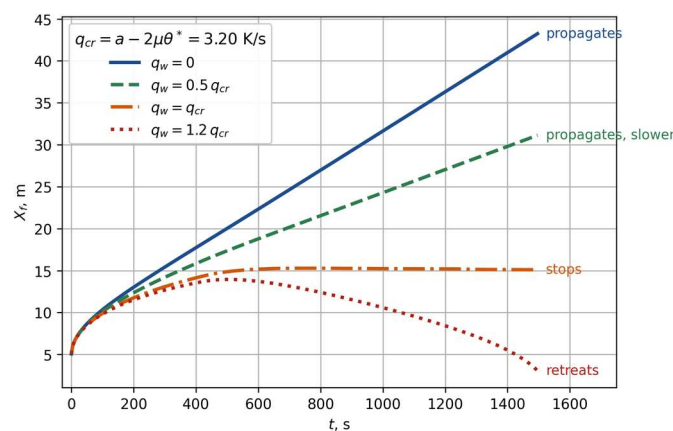
*Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseeva (NNSTU),
Nizhny Novgorod, 603950, Russia*

kiselev7788@gmail.com, kataeval2010@mail.ru, nina.sh.02@mail.ru

Abstract

An analytical model is proposed for extinguishing a surface forest fire in a two-tier forest vegetation with an interlayer gap and preventing its transition to a crown fire. The stand is treated as a reacting porous medium with a lower combustible layer, an interlayer gap formed by tree trunks and a crown layer. Starting from the energy equation of the reacting porous medium model, in which pyrolysis, combustion, radiative and convective transfer are represented by effective sources and coefficients, a height-averaged two-tier thermal model of two one-dimensional combustion waves is derived. The analytical travelling-wave solution is obtained for the single-tier heat transfer equation with a threshold heat release term; the wave existence condition, the wave speed, the critical cooling intensity and the critical water supply are derived. The interaction of the surface front and the crown-layer combustion wave is described by an approximate two-front model. The single-tier wave speed is reproduced by direct numerical solution of the reduced equation within two percent; the limiting cases are reduced to the classical combustion wave without suppression and to the problem of combustion wave suppression by free water; a qualitative comparison with the Van Wagner criterion is performed. For the base parameters the surface wave speed is 0.0234 m/s and the critical cooling intensity of the lower tier is 3.20 K/s; within the effective coupled-wave approximation the calculated critical water supply intensity into the lower tier for the base parameters is 7.58 K/s, 2.37 times higher than for the isolated lower tier. Selective cooling of the lower layer is effective only before a self-sustained crown-layer combustion wave forms.

Keywords: forest fire, crown fire, two-tier forest, combustion wave, analytical solution.



Front position $X_f(t)$ from the numerical solution of the reduced equation (13) at cooling intensities $q_w = 0, 0.5 q_{cr}, q_{cr}$ and $1.2 q_{cr}$; the critical cooling intensity $q_{cr} = a - 2\mu\theta^* = 3.20 \text{ K/s}$ given by (24) separates propagation of the surface combustion wave from its retreat

УДК 517.958: 614.841.42

Аналитическое решение задачи подавления перехода низового пожара в верховой в двухъярусном лесу

Т. С. Киселев, Л. Ю. Катаева, Н. М. Шмелева

*Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,
Россия, г. Нижний Новгород, 603950, ул. Минина, 24*

kiselev7788@gmail.com, kataeval2010@mail.ru, nina.sh.02@mail.ru

Аннотация

В статье предложена аналитическая модель тушения низового лесного пожара в двухъярусной лесной растительности с межъярусным разрывом и предотвращения его перехода в верховой. Лес рассматривается как реагирующая пористая среда, состоящая из нижнего горючего яруса, межъярусного разрыва, образованного стволами деревьев, и кронового слоя. Исходя из уравнения энергии модели реагирующей пористой среды, в котором процессы пиролиза, газофазного горения, лучистого и конвективного переноса представлены эффективными источниками и коэффициентами, получена осредненная по высоте двухъярусная тепловая модель из двух одномерных волн горения. Аналитическое решение в виде бегущей волны получено для одноярусного уравнения теплопереноса со ступенчатым источником тепловыделения; выведены условие существования самоподдерживающейся волны горения, формула скорости волны, критическая интенсивность охлаждения и критический расход воды. Взаимодействие низовой волны и волны горения в слое крон деревьев описывается приближенной двухфронтной моделью, использующей характеристики этих волн. Численная верификация относится к одноярусному волновому решению: скорость волны воспроизводится прямым численным решением редуцированного уравнения с отклонением менее двух процентов; предельные случаи сведены к классической волне горения без тушения и к задаче о подавлении волны горения свободной водой; выполнено качественное сопоставление с критерием Ван Вагнера. Для базовых параметров скорость низовой волны составляет 0.0234 м/с, критическая интенсивность охлаждения нижнего яруса 3.20 К/с; в рамках эффективного приближения объединенной волны расчетная критическая интенсивность подачи воды в нижний ярус для базовых параметров равна 7.58 К/с, что в 2.37 раза выше, чем для изолированного нижнего яруса. Показано, что селективное охлаждение нижнего яруса эффективно только до формирования самоподдерживающейся волны горения в слое крон деревьев.

Ключевые слова: лесной пожар, верховой пожар, двухъярусный лес, волна горения, аналитическое решение.

1. Введение

Переход низового лесного пожара в верховой является одним из наиболее опасных сценариев развития природного пожара. Низовой пожар распространяется по подстилке, травяному покрову, кустарнику, подросту и нижним ветвям. Верховой пожар вовлекает в горение кроновый слой [1] и при неблагоприятных условиях способен перейти в беглый режим, при котором фронт в кронах распространяется быстрее приземного фронта. При этом возрастает интенсивность тепловыделения, высота факела, скорость распространения и вероятность образования вторичных очагов за счет переноса горящих частиц; такие эффекты, включая взаимодействие фронта пожара с атмосферой и перенос горящих частиц конвективной колонкой,

воспроизводятся современным поколением связанных моделей пожар-атмосфера, обзор которых дан в [2].

Классическая работа С.Е. Van Wagner [3] связала начало верхового пожара с интенсивностью низового фронта, высотой основания крон, влагосодержанием кронового топлива и условиями распространения горения в кроновом слое. В этой модели кроновый слой рассматривается как топливный слой конечной объемной плотности, расположенный на заданной высоте над поверхностью земли. Критерий Van Wagner используется ниже как внешний ориентир для проверки того, дает ли предлагаемая модель переход к верховому пожару в физически ожидаемой области параметров.

В моделях R.C. Rothermel [4], J.H. Scott и E.D. Reinhardt [5], M.G. Cruz и M.E. Alexander [6] были развиты прикладные методы оценки вероятности возникновения верхового пожара, скорости распространения активного верхового горения и условий поддержания горения в кронах. Современным развитием этой линии является модель скорости распространения верхового пожара с оценкой неопределенности его начала и распространения [7]; пороговые условия перехода низового пожара в верховой (скорость ветра, высота основания крон) исследуются и в физически детальной численной постановке [8]. Эти модели эффективны для инженерного прогноза, однако они не описывают детально физико-химические процессы тушения нижнего яруса водой.

В отечественной школе А.М. Гришина, В.А. Перминова, Л.Ю. Катаевой и их соавторов [9-12] лесной пожар рассматривается как процесс в реагирующей пористой среде. Такой подход позволяет учитывать законы сохранения массы, импульса и энергии, пиролиз лесных горючих материалов, горение летучих продуктов, лучистый и конвективный теплоперенос, аэродинамическое сопротивление растительности и взаимодействие с тушащим составом. Эта линия активно развивается и в последнее десятилетие: в рамках того же подхода выполняется моделирование возникновения и распространения лесных пожаров и их воздействия на окружающую среду [13], а также пиролиза лесного горючего материала при воздействии верхового пожара [14]. Физически детальные связанные модели пожар-атмосфера [2] требуют значительных вычислительных ресурсов; предлагаемый в настоящей работе подход, напротив, аналитический и ориентирован на явные критические условия.

Для задачи тушения особенно важны работы, где анализируется подавление волны горения свободной водой в пористом слое органических горючих материалов. В работе [15] рассмотрена модель распространения и подавления одномерной волны горения свободной водой; эта постановка используется здесь как предельный одноярусный случай предлагаемой двухъярусной аналитической модели. Родственные механизмы доставки и испарения воды исследовались в задаче о тушении капсулами с термоактивной оболочкой [16]; испарение капель воды во встречном потоке высокотемпературных газов изучалось экспериментально [17]. Экспериментально определены минимальный объем воды, достаточный для прекращения термического разложения лесных горючих материалов [18], а также размеры противопожарного разрыва и удельный расход воды, обеспечивающие полное подавление распространения фронта [19]; эти результаты служат экспериментальным аналогом вводимых ниже критических условий тушения.

Аналитические решения типа бегущей волны для уравнений реакция-диффузия, описывающих распространение фронта горения, активно исследуются и в современной математической литературе: для гиперболической модели адвекция-реакция-диффузия лесного пожара с учетом ветра получены аналитические решения и выполнен анализ устойчивости [20], а для задач динамики пламени в пористых средах с нелинейной диффузией развиты совместные аналитико-вычислительные методы [21]. Настоящая работа принадлежит этому же аналитическому направлению, но ориентирована на прикладной критерий - условия подавления перехода низового пожара в верховой. Отдельно отметим численное исследование двухъярусной растительности при пассивной подаче воды в виде заградительной полосы [22]: конвективные

потоки от горящего нижнего яруса испаряют барьер и снижают его эффективность, что мотивирует переход к селективной подаче и к аналитическому описанию критических условий.

Практическая проблема состоит в том, что прямое тушение уже сформировавшегося верхового пожара часто технически сложно и опасно. Поэтому значительный интерес представляет не только подавление развившегося верхового горения, но и предотвращение перехода низового пожара в верховой. Такой способ воздействия может быть реализован через селективное охлаждение нижнего яруса. Физически этот подход основан на том, что нижний ярус является источником пиролизных газов, теплового потока и восходящей конвективной струи, прогревающей основание крон. Если этот источник ослабить прежде, чем кроновый слой накопит критическую тепловую дозу, переход в верховой пожар может не произойти.

Цель настоящей работы - получить аналитические условия подавления перехода низового пожара в верховой при селективной подаче воды в нижний ярус двухъярусной лесной растительности с межъярусным разрывом. Для достижения этой цели выполняется осреднение полной двумерной модели по высоте ярусов; строится редуцированная двухволновая модель; для одноярусного уравнения (при отключенной межъярусной связи) получается аналитическое решение в виде бегущей волны горения; выводятся критическая интенсивность охлаждения и критический расход воды; взаимодействие низовой волны и волны горения в слое крон деревьев рассматривается в рамках приближенной двухфронтной модели, использующей характеристики этих волн; выполняется верификация одноярусного волнового решения прямым численным расчетом и по известным частным случаям.

2. Редукция полной модели к двухъярусной аналитической постановке

Рассматривается двумерная область

$$0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq z \leq L_z,$$

где x – горизонтальная координата, направленная вдоль распространения фронта пожара, м; z – вертикальная координата, м; L_x, L_z – размеры расчетной области вдоль осей x и z , м.

Двухъярусный лесной массив задается тремя областями (рис. 1)

$$\Omega_l = \{0 \leq z \leq h_l\}, \quad \Omega_g = \{h_l < z < h_c\}, \quad \Omega_c = \{h_c \leq z \leq h_f\},$$

где Ω_l – нижний горючий ярус; Ω_g – межъярусный разрыв, образованный стволами деревьев, которые практически не горят; Ω_c – кроновый слой; h_l – высота нижнего яруса, м; h_c – высота основания крон, м; h_f – верхняя граница кронового слоя, м. Высота межъярусного разрыва определяется выражением

$$h_g = h_c - h_l \quad (1)$$

В полной модели температура, давление, скорости и концентрации зависят от двух координат и времени

$$T = T(x, z, t), p = p(x, z, t), U = U(x, z, t), W = W(x, z, t), C_\alpha = C_\alpha(x, z, t),$$

где $T = T(x, z, t)$ – двумерная (зависящая от обеих координат x и z) температура среды, К; p – давление, Па; U, W – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости газовой фазы, м/с; C_α – массовая концентрация α -й компоненты газовой смеси, безразмерная. Далее вводятся осредненные по высоте яруса температуры $T_l(x, t)$, $T_c(x, t)$ (индекс яруса l или c), которые следует отличать от двумерной температуры T .

В основе постановки лежат законы сохранения массы, импульса и энергии реагирующей пористой (газодисперсной) среды, принятые в моделях школы Гришина [9, 11]. Для задачи о распространении и подавлении фронта определяющим является уравнение сохранения энергии, которое в упрощенной записи имеет вид

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_{ch} - Q_{loss} - L_v R_w, \quad (2)$$

где C – объемная теплоемкость газовой и конденсированной фаз, Дж/(м³·К); λ_x, λ_z – эффективные коэффициенты теплопереноса, Вт/(м·К); Q_{ch} – объемная мощность тепловыделения химико-физических процессов, Вт/м³; Q_{loss} – тепловые потери, Вт/м³; L_v – удельная теплота парообразования воды, Дж/кг; R_w – массовая скорость испарения свободной воды, кг/(м³·с). Конвективный перенос энтальпии в упрощенной записи (2) не выписывается отдельно: на масштабе яруса его вклад отнесен к эффективным коэффициентам переноса λ_x, λ_z и к слагаемому потерь Q_{loss} .

Для перехода к аналитической модели вводятся осредненные по высоте температуры нижнего и кронового ярусов

$$T_l(x, t) = \frac{1}{h_l} \int_0^{h_l} T(x, z, t) dz, \quad (3)$$

$$T_c(x, t) = \frac{1}{h_f - h_c} \int_{h_c}^{h_f} T(x, z, t) dz, \quad (4)$$

где $T_l(x, t)$ и $T_c(x, t)$ – осредненные по высоте температуры нижнего яруса и кронового слоя соответственно, К. В отличие от двумерной температуры $T(x, z, t)$, они зависят только от продольной координаты x и времени t . Если теплоемкость среды неоднородна по высоте, используется теплоемкостное осреднение

$$T_i(x, t) = \frac{\int_{\Omega_i} C_i(z) T(x, z, t) dz}{\int_{\Omega_i} C_i(z) dz}, \quad i = l, c, \quad (5)$$

где введен обобщенный индекс яруса i ($i = l$ – нижний горючий ярус, $i = c$ – кроновый слой); $T_i(x, t)$ – осредненная по высоте температура i -го яруса, К; $C_i(z)$ – локальная объемная теплоемкость i -го яруса, Дж/(м³·К). Формула (5) обобщает (3), (4) на случай неоднородной по высоте теплоемкости.

Интегрирование уравнения энергии (2) по высоте нижнего яруса $0 \leq z \leq h_l$ (с учетом определения средних (3), (5)) дает осредненное уравнение

$$h_l C_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = h_l \lambda_l \frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2} + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h_l} - \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} + h_l Q_l - h_l Q_{loss,l} - h_l L_v W_l, \quad (6)$$

где C_l – средняя объемная теплоемкость нижнего яруса, Дж/(м³·К); λ_l – эффективный коэффициент продольного теплопереноса нижнего яруса, Вт/(м·К); Q_l – средняя мощность тепловыделения нижнего яруса, Вт/м³; $Q_{loss,l}$ – средняя мощность тепловых потерь нижнего яруса, Вт/м³; W_l – средняя массовая скорость испарения воды, кг/(м³·с).

На поверхности земли принимается условие малости теплового потока по сравнению с потоком к кроновому слою:

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} \approx 0 \quad (7)$$

Тепловой поток через межъярусный разрыв аппроксимируется законом теплообмена между осредненными ярусами

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h_l} \approx K_{lc} (T_c - T_l) \quad (8)$$

Коэффициент теплообмена K_{lc} , Вт/(м²·К), экспоненциально уменьшается при увеличении высоты межъярусного разрыва h_g согласно (9). Для аналитической оценки примем

$$K_{lc} = K_0 \exp(-\chi h_g), \quad (9)$$

где K_0 – коэффициент теплообмена при малом межъярусном разрыве, Вт/(м²·К); χ – коэффициент ослабления теплового воздействия, м⁻¹. Поверхностному коэффициенту K_{lc} отвечают температурные коэффициенты связи $k_{lc} = K_{lc}/(h_l C_l)$ и $k_{cl} = K_{lc}/[(h_f - h_c)C_c]$, с⁻¹; из этих определений следует энергетическая согласованность обмена между ярусами: $h_l C_l k_{lc} = (h_f - h_c)C_c k_{cl}$, т.е. тепло, отданное одним ярусом, полностью поступает в другой.

Зависимость (9) принимается как феноменологическое замыкание эффективного межъярусного теплообмена; ее выбор мотивирован уменьшением теплового воздействия с ростом разрыва. Для лучистой составляющей экспоненциальное ослабление вдоль пути излучения используется в модели зажигания крон над низовым фронтом [24], причем полный поток зависит также от геометрии источника и приемника; конвективная составляющая закону Бугера не подчиняется, но избыточная температура колонки над фронтом монотонно убывает с высотой [3], и от высоты разрыва существенно зависят условия воспламенения полога от низового очага [11, 12]. Экспоненциальная форма принята как простейшая однопараметрическая аппроксимация, в которой $1/\chi$ имеет смысл эффективной высоты ослабления теплового воздействия (для принятого $\chi = 0.8$ м⁻¹ это 1.25 м). Значения K_0 и χ приняты как параметры демонстрационного расчета; их идентификация по полям полной двухфазной модели [23] в настоящей работе не выполнена.

Аналогичное осреднение по кроновому слою приводит к системе для превышений температуры над температурой окружающей среды

$$\theta_l = T_l - T_e, \quad \theta_c = T_c - T_e, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial t} = D_l \frac{\partial^2 \theta_l}{\partial x^2} + a_l H(\theta_l - \theta_l^*) - \mu_l \theta_l - q_{w,l} H(\theta_l - \theta_l^*) + k_{lc}(\theta_c - \theta_l), \quad (11)$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial t} = D_c \frac{\partial^2 \theta_c}{\partial x^2} + a_c H(\theta_c - \theta_c^*) - \mu_c \theta_c + k_{cl}(\theta_l - \theta_c), \quad (12)$$

где $D_i = \lambda_i/C_i$ – эффективная температуропроводность i -го яруса, м²/с; a_i – эффективная скорость нагрева за счет химического тепловыделения, К/с; θ_i^* – критическое превышение температуры воспламенения, К; μ_i – коэффициент тепловых потерь, с⁻¹; $q_{w,l} = L_v W_l/C_l$ – интенсивность охлаждения водой, К/с; k_{lc}, k_{cl} – температурные коэффициенты межъярусной связи, с⁻¹; H – функция Хевисайда; T_e – температура окружающей среды, К, входящая в определение превышений температуры (10). Множитель $H(\theta_l - \theta_l^*)$ при стоке $q_{w,l}$ отражает то, что тушащий состав подается в зону горения: испарение воды с интенсивностью, лимитированной подачей, происходит там, где среда нагрета выше температуры воспламенения. Система (11), (12) является аналитической редукцией полной модели. Она не предназначена для воспроизведения локальных вихрей и детальных температурных полей, но позволяет получить критические условия перехода и тушения.

Схема рассматриваемой постановки приведена на рис. 1. На ней показаны три области двухъярусного массива – нижний горючий ярус Ω_l , межъярусный разрыв Ω_g и кроновый слой Ω_c , – фронт низовой волны горения X_l и фронт горения в кронах X_c , движущаяся навстречу низовому фронту зона подачи воды в нижний ярус Y_l , а также межъярусная тепловая связь с коэффициентом k_{lc} , ослабевающая с ростом высоты разрыва h_g .

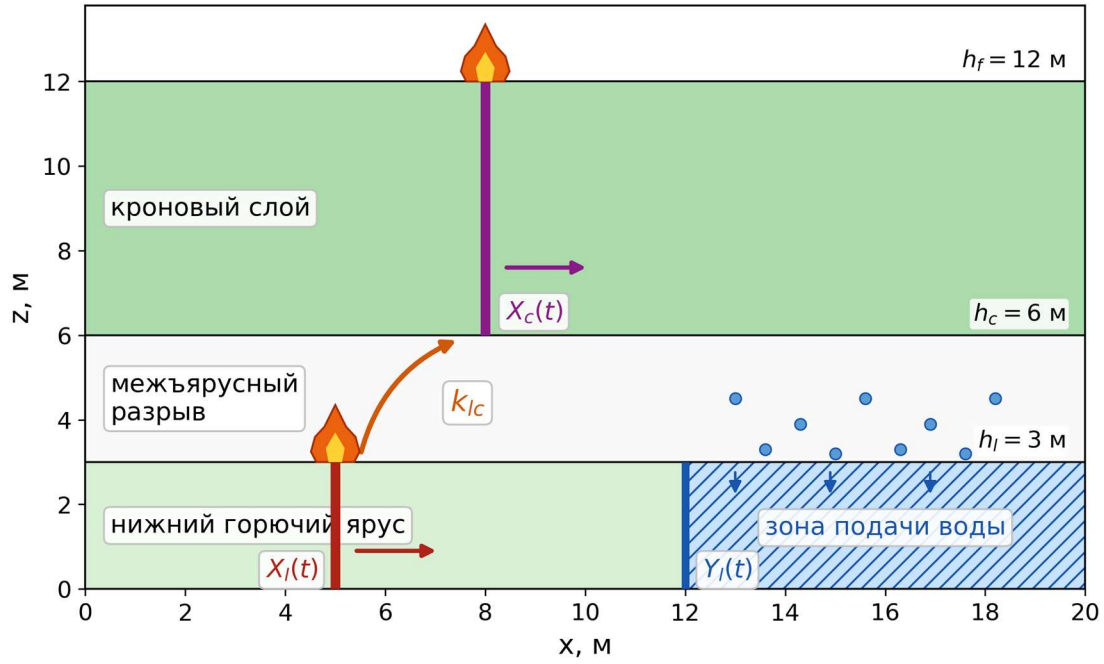


Рис. 1. Схема двухъярусной лесной растительности с межъярусным разрывом и селективного охлаждения нижнего яруса

3. Аналитическое решение для одномерной волны горения

Рассмотрим один ярус при отсутствии межъярусной связи, $k_{lc} = k_{cl} = 0$. Тогда уравнение (11) или (12) принимает вид

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} + a_i H(\theta_i - \theta_i^*) - \mu_i \theta_i - q_{w,i} H(\theta_i - \theta_i^*) \quad (13)$$

Ищем решение в виде бегущей волны

$$\theta_i(x, t) = \Theta_i(\xi), \quad \xi = x - c_i t, \quad (14)$$

где c_i – скорость волны горения в i -м ярусе, м/с. Подстановка (14) в (13) дает

$$D_i \Theta_i'' + c_i \Theta_i' + (a_i - q_{w,i}) H(\Theta_i - \theta_i^*) - \mu_i \Theta_i = 0 \quad (15)$$

Перед фронтом $\Theta_i < \theta_i^*$, тепловыделение и испарение воды отсутствуют

$$D_i \Theta_i'' + c_i \Theta_i' - \mu_i \Theta_i = 0 \quad (16)$$

За фронтом $\Theta_i > \theta_i^*$, и реакция включена

$$D_i \Theta_i'' + c_i \Theta_i' + a_i - q_{w,i} - \mu_i \Theta_i = 0 \quad (17)$$

Для случая без охлаждения $q_{w,i} = 0$ вводится параметр

$$B_i = \frac{a_i}{\mu_i} \quad (18)$$

Он имеет размерность температуры и характеризует максимально возможное превышение температуры, поддерживаемое тепловыделением при наличии тепловых потерь. Уравнения (16), (17) – линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами; их характеристическое уравнение $D_i \lambda^2 + c_i \lambda - \mu_i = 0$ имеет корни

$$\lambda_{i,\pm} = \frac{-c_i \pm s_i}{2D_i}, \quad s_i = \sqrt{c_i^2 + 4D_i \mu_i}$$

Перед фронтом ($\xi > 0$, свежий горючий материал, $\Theta_i < \theta_i^*$) ограниченное на бесконечности решение уравнения (16) убывает как

$$\Theta_i = \theta_i^* \exp(\lambda_{i,-} \xi), \quad \lambda_{i,-} < 0$$

За фронтом ($\xi < 0$, $\Theta_i > \theta_i^*$) уравнение (17) при $q_{w,i} = 0$ имеет частное решение – плато B_i , и ограниченное решение стремится к B_i при $\xi \rightarrow -\infty$

$$\Theta_i = B_i + (\theta_i^* - B_i) \exp(\lambda_{i,+} \xi), \quad \lambda_{i,+} > 0$$

В точке воспламенения $\xi = 0$ температура непрерывна по построению ($\Theta_i = \theta_i^*$); непрерывность теплового потока $-\lambda_i d\Theta_i/d\xi$, то есть производной Θ_i' (коэффициент D_i одинаков по обе стороны фронта), дает условие сшивки $\theta_i^* \lambda_{i,-} = (\theta_i^* - B_i) \lambda_{i,+}$. После подстановки корней оно сводится к соотношению $s_i(B_i - 2\theta_i^*) = B_i c_i$. Вещественная положительная скорость c_i существует лишь при достаточно большом тепловыделении, когда выполнено условие существования самоподдерживающейся волны

$$B_i > 2\theta_i^* \quad (19)$$

Если условие (19) не выполняется, тепловыделение недостаточно для прогрева свежего горючего материала до температуры воспламенения, и волна горения не распространяется. Возводя условие сшивки $s_i(B_i - 2\theta_i^*) = B_i c_i$ в квадрат и разрешая относительно скорости, получаем собственное значение задачи - скорость волны без воды

$$c_i = 2\sqrt{D_i \mu_i} \frac{\alpha_i}{\sqrt{1 - \alpha_i^2}}, \quad (20)$$

$$\alpha_i = 1 - \frac{2\theta_i^*}{B_i} \quad (21)$$

При охлаждении водой, подаваемой в зону горения, эффективная интенсивность тепловыделения уменьшается

$$a_i^{(w)} = a_i - q_{w,i} \quad (22)$$

Условие подавления волны

$$\frac{a_i - q_{w,i}}{\mu_i} \leq 2\theta_i^* \quad (23)$$

Из (23) следует критическая интенсивность охлаждения (порог прекращения продвижения фронта)

$$q_{w,i}^{cr} = a_i - 2\mu_i \theta_i^* \quad (24)$$

Критический расход воды

$$W_i^{cr} = \frac{C_i}{L_v} (a_i - 2\mu_i \theta_i^*) \quad (25)$$

Формула (25) показывает, что критический расход воды возрастает при увеличении эффективной мощности химического тепловыделения и объемной теплоемкости среды, но уменьшается при увеличении тепловых потерь и теплоты парообразования воды.

4. Взаимодействие низовой волны и волны горения в слое крон деревьев

Аналитическое решение раздела 3 получено для одного яруса при отключенной межъярусной связи. Взаимодействие низовой волны и волны горения в слое крон деревьев

ниже описывается не решением связанной системы (11), (12), а приближенной двухфронтной моделью: каждый фронт представляется бегущей волной с характеристиками (20), (21), а их взаимное положение, момент воспламенения крон и условия отрыва задаются кинематическими соотношениями. Такая феноменологическая модель позволяет получить условия предотвращения перехода, оставаясь согласованной с аналитическим решением для отдельного яруса.

Положение низовой волны зададим выражением

$$X_l(t) = X_{l0} + c_l(t - t_0) \quad (26)$$

Положение волны горения в слое крон деревьев после ее возникновения

$$X_c(t) = X_{c0} + c_c(t - t_c) \quad (27)$$

Здесь $X_l(t)$ и $X_c(t)$ – координаты фронтов низового и кронового горения, м; c_l, c_c – их скорости, м/с; t_c – момент возникновения устойчивого кронового фронта, с.

Кроны воспламеняются после накопления критической тепловой дозы. Прогрев крон максимален над движущимся низовым фронтом, поэтому тепловую дозу оцениваем локально вдоль траектории низового фронта $x = X_l(t)$

$$\int_{t_0}^{t_0 + \tau_{lc}} \beta_{lc} [T_l(X_l(t), t) - T_c(X_l(t), t)] dt = I_{cr} \quad (28)$$

Здесь β_{lc} – объемный коэффициент межъярусного теплового воздействия, Вт/(м³·К); I_{cr} – критическая тепловая доза, Дж/м³; τ_{lc} – время задержки воспламенения крон, с. Соотношение (28) представляет собой локальную нульмерную оценку прогрева кронового слоя над низовым фронтом. Оценка относится к подвижной точке над фронтом и не учитывает потерь кронового слоя; величины β_{lc} и I_{cr} здесь не идентифицируются, а сопоставление с локальной записью уравнения (12) для неподвижного участка крон дано в п. 6.2 перед рис. 6. Если разность температур над фронтом $T_l - T_c$ приблизительно постоянна на интервале прогрева (что отвечает квазистационарной низовой волне), то

$$\tau_{lc} = \frac{I_{cr}}{\beta_{lc}(T_l - T_c)} \quad (29)$$

Волна тушения нижнего яруса задается как

$$Y_l(t) = Y_l(t_w) - u_l(t - t_w), \quad (30)$$

где $Y_l(t)$ – координата фронта охлаждения, м; u_l – скорость движения зоны охлаждения, м/с; t_w – момент начала подачи воды, с. Время встречи волны тушения с низовой волной

$$t_{col,l} = t_w + \frac{Y_l(t_w) - X_l(t_w)}{c_l + u_l} \quad (31)$$

Селективное охлаждение нижнего яруса предотвращает переход в верховой пожар, если выполняются два условия

$$q_{w,l} \geq q_{w,l}^{cr} \quad (32)$$

$$t_{col,l} < t_0 + \tau_{lc} \quad (33)$$

Условие (32) означает достаточность теплового стока воды для подавления низовой волны. Условие (33) означает, что подавление происходит до накопления кроновым слоем критической тепловой дозы.

Если после воспламенения крон выполняется

$$c_c > c_l, \quad (34)$$

то волна горения в слое крон деревьев начинает отрываться от низовой. Расстояние между фронтами равно

$$X_c(t) - X_l(t) = X_c(t_c) - X_l(t_c) + (c_c - c_l)(t - t_c) \quad (35)$$

Введем длину взаимодействия L_{int} . Кроновая волна считается оторвавшейся, если

$$X_c(t) - X_l(t) > L_{int} \quad (36)$$

Момент отрыва

$$t_{dec} = t_c + \frac{L_{int} - [X_c(t_c) - X_l(t_c)]}{c_c - c_l} \quad (37)$$

В этом режиме геометрический перехват низового фронта охлаждением возможен только при условии

$$t_{col,l} < t_{dec} \quad (38)$$

Условия (33) и (38) описывают разные ситуации: (33) относится к перехвату до воспламенения крон, (38) – к перехвату до геометрического отрыва уже воспламенившейся волны горения в слое крон деревьев. Само по себе выполнение (38) недостаточно для гашения крон: отсутствие геометрического отрыва не означает, что снятие межъярусной подпитки погасит кроновый фронт. Исход определяется собственным тепловым балансом волны горения в слое крон деревьев. По аналогии с условием (19), волна горения в слое крон деревьев самоподдерживающаяся, если

$$B_c = \frac{a_c}{\mu_c} > 2\theta_c^* \quad (38')$$

Отсюда следуют четыре варианта взаимодействия низовой волны и волны горения в слое крон деревьев; в основе каждого лежит классическое решение задачи о распространении волны горения по слою растительности при низовом пожаре [9]. Во всех вариантах рассматривается тушение впереди фронта: встречная волна охлаждения (30) при $u_l > 0$ либо стационарный водный барьер при $u_l = 0$; время контакта в обоих случаях дается формулой (31).

Вариант 1: волна только в нижнем ярусе (кроны не воспламенились, $t_{col,l} < t_0 + \tau_{lc}$). Тушение впереди низового фронта предотвращает переход при одновременном выполнении энергетического критерия (32) и кинематического критерия (33).

Вариант 2: волна горения в слое крон деревьев возникла, но несамоподдерживающаяся ($B_c \leq 2\theta_c^*$). После подавления низовой волны тушением впереди ее фронта и остывания нижнего яруса межъярусная подпитка $k_{cl}(\theta_l - \theta_c)$ прекращается, и несамоподдерживающийся кроновый фронт затухает; для этого требуется условие (32) при нарушении условия самоподдержания (38'). Одна лишь остановка низового фронта ($c_l = 0$) прекращения подпитки не гарантирует: при стоке, действующем в зоне горения, за остановленным фронтом сохраняется нагретая область с температурой $(a_l - q_w)/\mu_l$, равной $2\theta_l^* = 1200$ К при $q_w = q_{w,l}^{cr}$ (см. пояснение к рис. 5 в п. 6.2), поэтому условие (32) есть порог прекращения продвижения низового фронта, а для снятия подпитки требуется фактическое охлаждение нижнего яруса ниже температуры крон или прекращение его тепловыделения.

Вариант 3: волна горения в слое крон деревьев самоподдерживающаяся ($B_c > 2\theta_c^*$), при $c_c > c_l$ отрывающаяся от низового фронта. Тушение впереди низового фронта останавливает приземный фронт, но не волну горения в слое крон деревьев; требуется воздействие на кроновый слой или создание противопожарного разрыва.

Вариант 4: объединенная волна (условие (39) ниже). Тушение впереди объединенного фронта осуществляется подачей воды в нижний ярус; энергетический критерий задается селективной поправкой (44'), $q_{w,l} \geq q_{w,l}^{cr} = 7.58$ К/с для базовых параметров.

Подчеркнем, что контакт волны тушения с фронтом горения является необходимым кинематическим, но не достаточным условием: полное подавление требует выполнения энергетического критерия соответствующего варианта.

Так, при базовых параметрах (раздел 5) слабый кроновый режим $a_c = 3.375$ К/с дает $B_c = 1125$ К, что лишь немного превышает порог $2\theta_c^* = 1100$ К – формально вариант 3, но с малым запасом самоподдержания, у границы с вариантом 2; активный режим $a_c = 6.0$ К/с дает $B_c = 2000$ К (вариант 3 с большим запасом).

При малом межъярусном разрыве и сильной тепловой связи может сформироваться объединенная волна:

$$|X_c(t) - X_l(t)| < L_{int} \quad (39)$$

Для объединенной волны эффективные параметры вводятся с весами, включающими толщины ярусов $h_l C_l$ и $(h_f - h_c) C_c$; такое взвешивание следует из энергосогласованности межъярусного обмена $h_l C_l k_{lc} = (h_f - h_c) C_c k_{cl}$, введенной в разделе 2, и не зависит от выбора единицы толщины:

$$D_m = \frac{h_l C_l D_l + (h_f - h_c) C_c D_c}{h_l C_l + (h_f - h_c) C_c}, \quad (40)$$

$$\mu_m = \frac{h_l C_l \mu_l + (h_f - h_c) C_c \mu_c}{h_l C_l + (h_f - h_c) C_c}, \quad (41)$$

$$a_m = \frac{h_l C_l a_l + (h_f - h_c) C_c a_c}{h_l C_l + (h_f - h_c) C_c} \quad (42)$$

Критическое превышение температуры объединенной волны определяется тем же взвешиванием, $\theta_m^* = [h_l C_l \theta_l^* + (h_f - h_c) C_c \theta_c^*] / [h_l C_l + (h_f - h_c) C_c]$. Межъярусный теплообмен k_{lc} , k_{cl} является внутренним и в энергобалансе объединенной волны взаимно сокращается, не создавая дополнительного тепловыделения; поэтому в (42) принято $a_{lc} = 0$, что дает консервативную (нижнюю) оценку интенсивности тепловыделения объединенной волны. Возможное дополнительное тепловыделение при совместном горении ярусов (например, догорание пиролизных газов нижнего яруса в кроновом слое) может быть учтено отдельной добавкой $a_{lc} > 0$ и оставлено здесь как направление уточнения. Условие существования объединенной волны

$$B_m = \frac{a_m}{\mu_m} > 2\theta_m^* \quad (43)$$

Критическая интенсивность охлаждения объединенной волны

$$q_{w,m}^{cr} = a_m - 2\mu_m \theta_m^* \quad (44)$$

Соотношение (44) относится к стоку, распределенному на всю осредненную среду. Однако вода подается только в нижний ярус, поэтому в суммарном (взвешенном по $h_l C_l$ и $(h_f - h_c) C_c$) уравнении вклад воды входит с теплоемкостной долей нижнего слоя $\varphi_l = h_l C_l / [h_l C_l + (h_f - h_c) C_c]$, и эффективный сток объединенной волны равен $\varphi_l q_{w,l}$. Критическая интенсивность подачи именно в нижний ярус оказывается выше

$$q_{w,l}^{cr} = \frac{1}{\varphi_l} (a_m - 2\mu_m \theta_m^*) \quad (44')$$

При толщинах нижнего яруса $h_l = 3$ м и кронового слоя $h_f - h_c = 6$ м доля $\varphi_l = 0.385$, $1/\varphi_l = 2.6$, и критическая интенсивность подачи в нижний ярус $q_{w,l}^{cr} = 7.58$ К/с – в 2.37 раза

больше, чем для изолированного нижнего яруса (3.20 К/с). Это количественно усиливает вывод о том, что тушение только нижнего яруса наиболее эффективно до формирования объединенной волны: после объединения фронтов для подавления требуется существенно более интенсивная подача.

5. Расчетные результаты аналитической модели

Для демонстрации работы модели принят базовый набор эффективных параметров осредненной по высоте модели; структура коэффициентов следует из осредненного энергетического баланса [23], численные значения заданы по оценкам характерных масштабов переноса, тепловыделения и релаксации, полная идентификация по полям двухфазной модели в настоящей работе не проводится. Температура окружающей среды $T_e = 300$ К; критические превышения температуры $\theta_l^* = 600$ К и $\theta_c^* = 550$ К; толщины нижнего яруса и кронового слоя $h_l = 3$ м и $h_f - h_c = 6$ м; объемные теплоемкости $C_l = 2.5 \times 10^5$ и $C_c = 2.0 \times 10^5$ Дж/(м³·К) – эффективные теплоемкости единицы полного объема яруса; удельная теплота парообразования воды $L_v = 2.26 \times 10^6$ Дж/кг; параметры межъярусной связи $k_0 = 0.02$ с⁻¹ и $\chi = 0.8$ м⁻¹. Коэффициенты потерь $\mu_l = 0.004$ с⁻¹ и $\mu_c = 0.003$ с⁻¹ задают эффективные времена тепловой релаксации 250 и 333 с; оценка $16\sigma k_s k_p T^3 / C_l$, где $k_s = 0.6$ – безразмерная поглощательная способность фитомассы, $k_p = 1$ м⁻¹ – ее удельная оптическая поверхность по постановке [9], характеризует локальную чувствительность лучистого теплоотвода к температуре и дает $1.6 \cdot 10^{-3}$ с⁻¹ при $T = 900$ К и 4.8×10^{-3} с⁻¹ при $T = 1300$ К, т.е. принятое значение по порядку величины отвечает лучистым потерям зоны горения; вместе с тем μ_l учитывает суммарные неразрешенные потери и с точной линеаризацией лучистого источника не отождествляется. Интенсивности нагрева нижнего яруса $a_l = 8$ К/с отвечает эффективная объемная мощность источника $a_l C_l = 2$ МВт/м³; ее пересчет в расход топлива требует задания теплоты сгорания, доли энергии, идущей на нагрев осредненной среды, и толщины активного горючего слоя, а истощение топлива моделью не описывается. Для кронового слоя рассматриваются слабый режим $a_c = 3.375$ К/с и активный режим $a_c = 6.0$ К/с ($a_c C_c = 0.68$ и 1.2 МВт/м³). Эффективные температуропроводности $D_l = 0.18$ м²/с и $D_c = 0.25$ м²/с объединяют турбулентный и лучистый перенос: масштабная оценка турбулентной составляющей $u' \ell$ при пульсациях скорости $0.3 \div 1$ м/с и масштабе $0.3 \div 0.5$ м дает $0.09 \div 0.5$ м²/с, а обращение формулы (20) при скоростях низовых пожаров средней силы $1 \div 3$ м/мин [9] и фиксированных остальных параметрах дает $0.09 \div 0.8$ м²/с; значение 0.18 м²/с согласуется с этим масштабом скорости ($c_l = 0.0234$ м/с, 1.4 м/мин). В одноярусной модели D_l влияет на масштаб скорости, но не входит в условие существования (19) и в критическую интенсивность охлаждения (24); вместе с тем пороги чувствительны к a_l , μ_l , θ_l^* , особенно вблизи границы самоподдержания, и перенос количественных оценок на конкретный древостой требует идентификации параметров.

Для нижнего яруса

$$B_l = \frac{a_l}{\mu_l} = \frac{8.0}{0.004} = 2000 \text{ К}$$

Так как $2\theta_l^* = 1200$ К, условие существования низовой волны (19) выполняется. Критическая интенсивность охлаждения нижнего яруса по (24) равна

$$q_{w,l}^{cr} = 8.0 - 2 \cdot 0.004 \cdot 600 = 3.2 \text{ К/с},$$

а критическая массовая скорость испарения воды по (25)

$$W_l^{cr} = \frac{2.5 \times 10^5}{2.26 \times 10^6} \cdot 3.2 = 0.354 \text{ кг/(м}^3 \cdot \text{с)}$$

Скорость низовой волны по формулам (20), (21)

$$\alpha_l = 1 - \frac{1200}{2000} = 0.4, \quad c_l = 2\sqrt{0.18 \cdot 0.004} \frac{0.4}{\sqrt{1 - 0.4^2}} = 0.0234 \text{ м/с.}$$

Значение $q_{w,l}^{cr} = 3.20 \text{ К/с}$ отвечает подаче тушащего состава в зону горения, что зафиксировано множителем $H(\theta - \theta^*)$ при стоке в (11), (13). Отдельного физического замечания заслуживает случай, когда тушащий состав наносится также на зону прогрева перед фронтом (предварительное смачивание негоревшего горючего материала): сток действует всюду, где $\theta > 0$, и стоячий фронт определяется уже не балансом (23), а гладким касанием охлажденного профиля нулевого уровня перед фронтом. Сшивку тепловых потоков дает в этом случае замкнутое условие $(a - q_w)^2 = 2\mu\theta^*a$, откуда

$$q_w^{cr} = a - \sqrt{2\mu\theta^*a} = 1.80 \text{ К/с}$$

для базовых параметров нижнего яруса, то есть в 1.77 раза меньше, чем при подаче воды только в зону горения. При предварительном смачивании полосы перед фронтом критическая локальная интенсивность охлаждения ниже, чем при подаче воды в зону реакции; это усиливает основной результат (24), (25), который следует рассматривать как консервативную оценку критической интенсивности для принятой схемы подачи тушащего состава в зону реакции. Сопоставление суммарного расхода воды для двух схем требует интегрирования интенсивности $W(x, t)$ по области подачи и времени и выходит за рамки настоящей работы.

Результаты расчета по (18)–(25) и (40)–(44) для кронового слоя и объединенной волны следующие. В слабом кроновом режиме $B_c = 1125 \text{ К}$ при $2\theta_c^* = 1100 \text{ К}$ (условие существования выполнено с малым запасом), $c_c = 0.0012 \text{ м/с}$, $q_{w,c}^{cr} = 0.075 \text{ К/с}$; в активном режиме $B_c = 2000 \text{ К}$, $c_c = 0.0276 \text{ м/с}$, $q_{w,c}^{cr} = 2.70 \text{ К/с}$. Для объединенной волны (консервативная оценка при $a_{lc} = 0$) параметры (40)–(42), взвешенные по $h_l C_l$ и $(h_f - h_c)C_c$, равны $D_m = 0.223 \text{ м}^2/\text{с}$, $\mu_m = 0.00338 \text{ с}^{-1}$, $a_m = 6.77 \text{ К/с}$, $\theta_m^* = 569 \text{ К}$, откуда $B_m = 2000 \text{ К}$ при $2\theta_m^* = 1138 \text{ К}$ и $c_m = 0.0262 \text{ м/с}$; критическая интенсивность стока, распределенного на всю среду, $q_{w,m}^{cr} = 2.92 \text{ К/с}$ по (44), а при подаче воды только в нижний ярус $q_{w,l}^{cr} = q_{w,m}^{cr}/\varphi_l = 7.58 \text{ К/с}$ по (44').

При слабом кроновом режиме условие самостоятельного распространения изолированной кроновой волны выполнено ($B_c = 1125 \text{ К} > 2\theta_c^* = 1100 \text{ К}$), однако запас $B_c - 2\theta_c^*$ составляет лишь 25 К, а критическая интенсивность охлаждения мала: режим чувствителен к изменению параметров и к межъярусным потерям. Из одного лишь прекращения тепловой подпитки со стороны нижнего яруса нельзя сделать вывод о гарантированном подавлении уже сформировавшегося кронового фронта; в этом режиме селективное охлаждение нижнего яруса действенно как средство перехвата до воспламенения крон (условия (32), (33)), а судьба воспламенившейся кроны определяется ее собственным тепловым балансом при малом запасе самоподдержания. При активном кроновом режиме скорость волны горения в слое крон деревьев $c_c = 0.0276 \text{ м/с}$ становится больше скорости низовой волны $c_l = 0.0234 \text{ м/с}$, что соответствует опасному сценарию отрыва верхового фронта. Зависимость аналитической скорости волны (20) от параметра B и критического расхода воды (25) от интенсивности тепловыделения нижнего яруса показаны на рис. 2 и рис. 3.

6. Верификация

Численная верификация относится к одноярусному волновому решению уравнения (13); феноменологическая двухфронтная модель раздела 4 (доза воспламенения крон, момент отрыва, объединенная волна) прямыми расчетами связанной системы здесь не проверяется. Верификация выполняется в два этапа: прямым численным решением одноярусного уравнения (13) и сопоставлением предельных режимов модели с известными частными случаями.

6.1. Численный метод

Уравнение (13) решается на отрезке $0 \leq x \leq L$ с начальным условием в виде прогретого участка у левого конца, моделирующего очаг зажигания: $\theta(x, 0) = \theta_0$ при $0 \leq x \leq l_0$ и $\theta(x, 0) = 0$ при $l_0 < x \leq L$, где амплитуда очага заключена между порогом воспламенения и плато волны, $\theta^* < \theta_0 < B$. На участке очага температура поддерживается равной θ_0 до момента установления волны ($t = 400$ с), после чего искусственный источник отключается; все характеристики фронта измеряются на установившемся участке, что исключает влияние источника на результат. На обоих концах отрезка ставится свободное (мягкое) граничное условие $\partial\theta/\partial x = 0$; область берется достаточно протяженной, чтобы фронт не достигал границ.

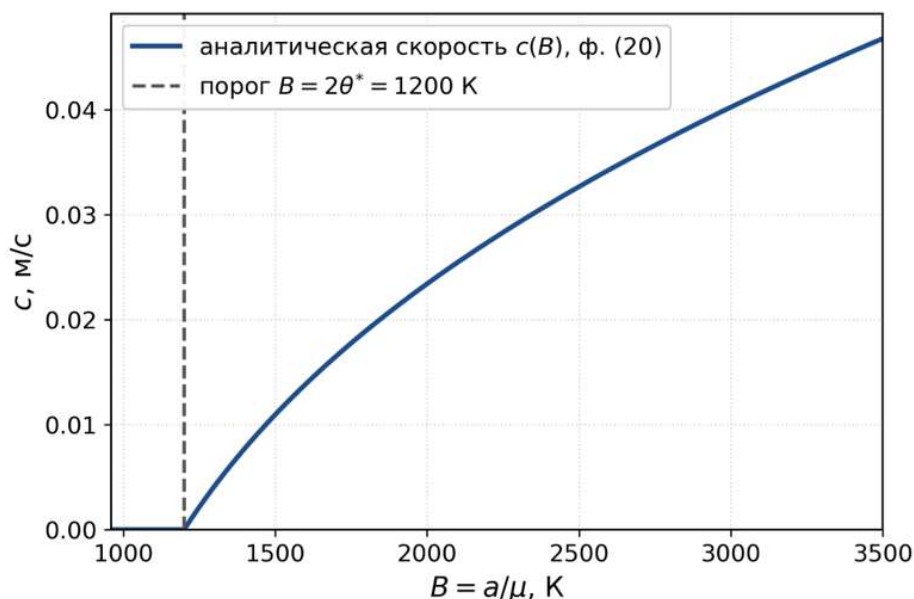


Рис. 2. Зависимость скорости волны горения от параметра $B = a/\mu$, рассчитанная по аналитической формуле (20); вертикальная штриховая линия – порог существования волны $B = 2\theta^*$ по условию (19)

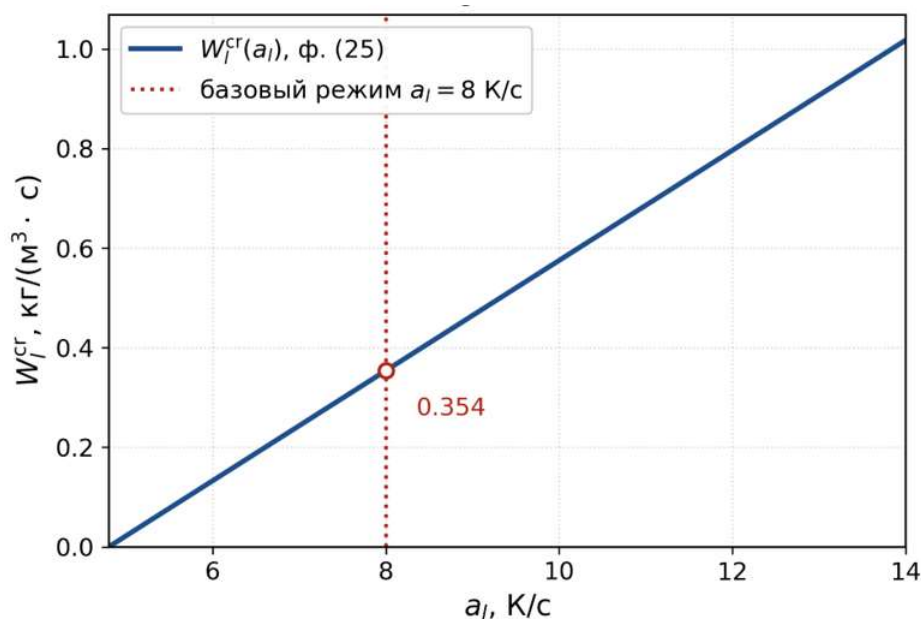


Рис. 3. Зависимость критического расхода воды от интенсивности тепловыделения нижнего яруса, рассчитанная по аналитической формуле (25); точка – базовый режим $a_l = 8$ K/s

Задача решается методом прямых. На равномерной сетке $x_j = j \Delta x$, $j = 0, \dots, N$, с шагом $\Delta x = 0.1$ м диффузионный оператор аппроксимируется центральной трехточечной разностью второго порядка

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}\right)_j \approx \frac{\theta_{j+1} - 2\theta_j + \theta_{j-1}}{\Delta x^2}, \quad (45)$$

источник и сток вычисляются поточечно по текущему значению θ_j ; на концах отрезка ставится свободное (мягкое) граничное условие $\partial \theta / \partial x = 0$, реализуемое методом фиктивных узлов $\theta_{-1} = \theta_1$, $\theta_{N+1} = \theta_{N-1}$, что дает в крайних узлах $(\partial^2 \theta / \partial x^2)_0 = 2(\theta_1 - \theta_0) / \Delta x^2$ и $(\partial^2 \theta / \partial x^2)_N = 2(\theta_{N-1} - \theta_N) / \Delta x^2$; расчетная область берется достаточно протяженной, чтобы фронт не достигал границ и их влияние на решение было исключено. Полудискретная система обыкновенных дифференциальных уравнений $\theta'_j(t) = F_j(\theta)$ интегрируется явной схемой Рунге – Кутты четвертого порядка точности

$$\begin{aligned} \theta^{n+1} &= \theta^n + \frac{\Delta t}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \\ k_1 &= F(\theta^n), \quad k_2 = F(\theta^n + \Delta t/2 k_1), \\ k_3 &= F(\theta^n + \Delta t/2 k_2), \quad k_4 = F(\theta^n + \Delta t k_3) \end{aligned} \quad (46)$$

Шаг по времени назначается из диффузионного условия устойчивости явной схемы

$$\Delta t = \sigma \frac{\Delta x^2}{2D}, \quad \sigma = 0.36 < 1 \quad (47)$$

При базовых параметрах нижнего яруса ($\Delta x = 0.1$ м, $D = D_l = 0.18$ м²/с) это дает шаг по времени $\Delta t = 0.01$ с. Ступенчатая кинетика не вносит жесткости: источник $a H(\theta - \theta^*)$ ограничен (принимает лишь значения 0 и a) и, в отличие от аррениусова, не порождает быстрых временных масштабов, требующих неявного интегрирования, поэтому применение методов для жестких систем не требуется, а явная схема четвертого порядка обеспечивает необходимую точность по времени. Ширина фронта $\sqrt{D/\mu} \approx 6.7$ м при базовых параметрах разрешается сеткой с большим запасом (около 67 узлов на ширину фронта).

За положение фронта $x_f(t)$ принимается крайняя правая точка пересечения профилем порогового уровня $\theta = \theta^*$; между узлами сетки она восстанавливается линейной интерполяцией

$$x_f = x_j + \Delta x \frac{\theta_j - \theta^*}{\theta_j - \theta_{j+1}}, \quad \theta_j \geq \theta^* > \theta_{j+1} \quad (48)$$

Субсеточная интерполяция (48) устраняет ступенчатое квантование $\pm \Delta x$, присущее определению положения фронта по номеру ячейки. Скорость волны определяется методом наименьших квадратов по линейной аппроксимации зависимости $x_f(t)$ на квазистационарном участке; коэффициент детерминации r^2 линейной подгонки служит количественной проверкой анзаца бегущей волны (14). Источник Хевисайда разрывен, и положение его переключения разрешается сеткой лишь с точностью до ячейки, поэтому, несмотря на второй порядок аппроксимации (45), скорость фронта сходится с первым порядком по Δx ; эта погрешность контролируется последовательным сгущением сетки. Алгоритм компактен, и каждый его этап допускает прямую проверку; этим постановка отличается от полного двумерного многофазного расчета и делает явным, какая задача и каким методом решается.

6.2. Сверка скорости волны и порога тушения

Для базовых параметров нижнего яруса (раздел 5) без воды численная скорость волны на установившемся участке (t от 1000 до 2000 с после отключения источника) составила $c_{num} = 0.02338$ м/с при аналитическом значении $c_{an} = 0.02342$ м/с по (20); отклонение равно 0.18% при коэффициенте детерминации линейной аппроксимации траектории фронта $r^2 = 1.000$ (рис. 4). На раннем участке после отключения источника (500 ÷ 900 с) отклонение достигает 2.1 % и имеет переходную, а не сеточную природу: при сгущении сетки с 0.2 до 0.05 м оно меняется лишь от 2.39 до 2.03 %, а его знак зависит от амплитуды очага (минус 8.8 % при 700 К и плюс 0.3 % при 1900 К), тогда как на установившемся участке отклонение составляет 0.43, 0.18 и 0.09 % и убывает при сгущении примерно с первым порядком. Значение $r^2 = 1.000$ на установившемся участке подтверждает, что после отключения источника фронт движется как бегущая волна постоянной скорости, то есть анзац (14) реализуется численным решением.

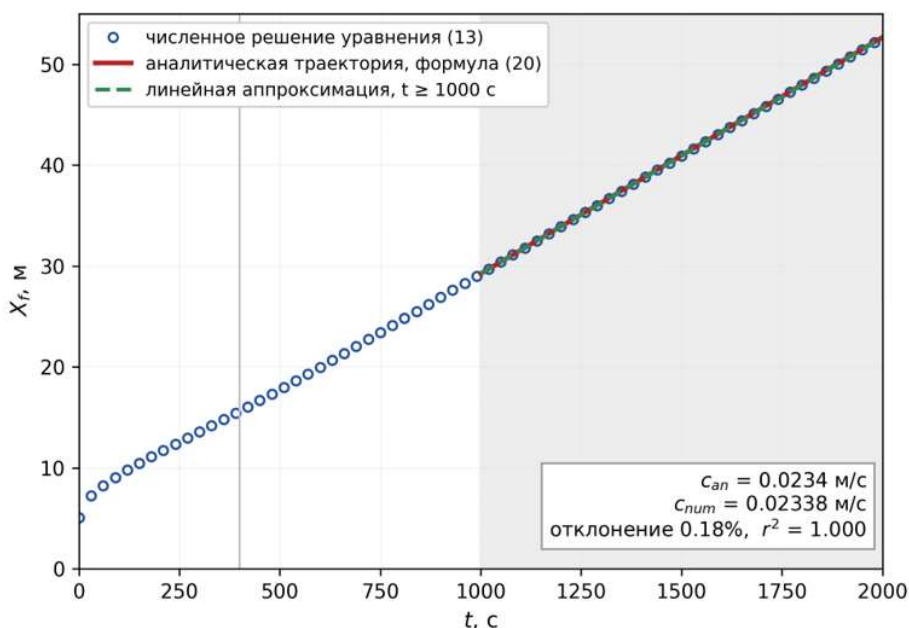


Рис. 4. Проверка аналитической скорости волны горения: кольцевые маркеры – положение фронта $x_f(t)$ при численном решении уравнения (13) методом прямых со схемой Рунге – Кутты четвертого порядка (шаг по координате 0.1 м, шаг по времени 0.01 с); сплошная линия – аналитическая траектория со скоростью c по формуле (20), проведенная от положения фронта при $t = 1000$ с; штриховая линия – линейная аппроксимация численных данных методом наименьших квадратов на установившемся участке 1000 ÷ 2000 с (выделен серым); вертикальная линия – отключение источника при $t = 400$ с

Пороговый характер тушения проверен серией расчетов с постоянным стоком в зоне горения (рис. 5). Докритическое охлаждение $q_w = 0.5q_{w,l}^{cr}$ замедляет волну, не останавливая ее; при $q_w = q_{w,l}^{cr} = 3.20$ К/с фронт остается неподвижным, а при $q_w = 1.2q_{w,l}^{cr}$ отступает. Неподвижность фронта при 3.20 К/с сама по себе положения порога не устанавливает: разрывный источник закрепляет на сетке 0.1 м фронты со скоростью менее 0.0004 м/с, поэтому порог определяется по смене знака установившейся скорости. Поскольку вблизи порога очаг шириной 5 м самостоятельной волны не порождает (критическая ширина очага растет при приближении к порогу), эта серия выполнена на очаге шириной 40 м: при $q_w = 3.15$ К/с скорость равна +0.000367 м/с на сетке 0.1 м и +0.000493 м/с на сетке 0.05 м, при $q_w = 3.25$ К/с она равна –0.000382 м/с, так что смена знака охватывает аналитический порог 3.20 К/с и подтверждает формулу (24). Для альтернативного замыкания с предварительным смачиванием зоны

прогрева (раздел 5) порог $q_w^{cr} = 1.80$ К/с, $a = \sqrt{2\mu\theta^*a}$, также накрывается интервалом смены знака: $+0.00064$ м/с при 1.74 К/с и -0.00113 м/с при 1.90 К/с, а в промежутке фронт закреплен на сетке.

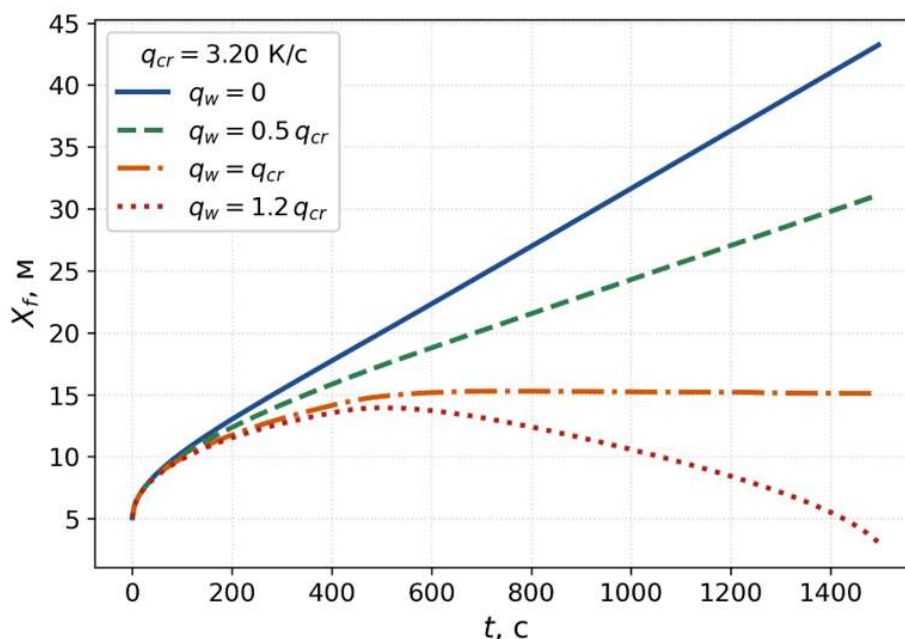


Рис. 5. Положение фронта при численном решении уравнения (13) методом прямых (схема Рунге – Кутты четвертого порядка, шаг по координате 0.1 м, шаг по времени 0.01 с) при интенсивностях охлаждения: сплошная линия – $q_w = 0$, штриховая – $0.5q_{cr}$, штрихпунктирная – q_{cr} , пунктирная – $1.2q_{cr}$; критическое значение $q_{cr} = 3.20$ К/с вычислено по формуле (24)

Отметим, что при стоке, действующем только в зоне горения, зона за фронтом может оставаться нагретой (при $(a - q_w)/\mu > \theta^*$), поэтому признаком подавления служит именно продвижение фронта, а не факт остывания среды: критическое значение (24) управляет распространением волны, и при $q_w = q_{w,l}^{cr}$ скорость фронта обращается в нуль.

Профили температуры, предсказываемые моделью, приведены на рис. 6; по вертикали отложены превышения осредненных температур над температурой окружающей среды θ_l , θ_c . Протокол связанных расчетов: область длиной 120 м, шаг $\Delta x = 0.1$ м, шаг по времени $\Delta t = 0.36\Delta x^2/[2\max(D_l, D_c)]$, очаг шириной 5 м с $\theta_l = 1200$ К у левого края нижнего яруса удерживается до $t = 400$ с, кроновый слой в начальный момент не прогреет, на границах $\partial\theta/\partial x = 0$; коэффициент k_0 отнесен к нижнему ярусу: $k_{lc} = k_0 \exp(-\chi h_g)$, $k_{cl} = k_{lc} h_l C_l / [(h_f - h_c) C_c] = 0.625 k_{lc}$. Численный профиль одноярусной волны (рис. 6, а) совпадает с аналитическим профилем бегущей волны, отвечающим уравнениям (16), (17) со сшивкой при $\theta = \theta_l^*$, с относительной интегральной погрешностью 0.8% (отношение интеграла модуля разности к интегралу аналитического профиля на участке от -40 до $+20$ м относительно фронта после совмещения фронтов при $t = 1200$ с) и показывает принятые допущения: экспоненциальный прогрев перед фронтом, выход на температурное плато за фронтом вследствие отсутствия истощения топлива и изменение кривизны профиля при непрерывных температуре и температурном градиенте в точке воспламенения. Совместное решение связанной системы (11), (12) без тушения (рис. 6, б, в) показывает взаимодействие температурных полей ярусов. При $h_g = 0.5$ м межъярусный обмен прогревает кроновый слой над низовым фронтом до порога воспламенения, после чего оба фронта движутся совместно: на интервале $600 \div 1500$ с фронт в слое крон опережает низовой на $0.7 \div 0.9$ м, а профили ярусов сближаются, что качественно согласуется

с предположением о совместно распространяющейся двухъярусной волне. При $h_g = 4$ м превышение температуры крон достигает $\theta_c = 190 - 210$ К ($T_c = 490 \div 510$ К при $T_e = 300$ К) и остается ниже порога $\theta_c^* = 550$ К, кроновый слой не воспламеняется, а положение низового фронта при $t = 1200$ с на 17 % меньше, чем в одноярусном расчете (при $h_g = 6$ м на 4 %) из-за теплоотвода в невоспламенившуюся крону; сгущение сетки вдвое меняет положения фронтов не более чем на 0.1 %. Таким образом, при выбранных параметрах система (11), (12) дает воспламенение крон для малого разрыва и подпороговый прогрев для большего; это результат принятого замыкания (9), а не универсальная предельная высота перехода реального пожара. В части диапазона разрывов ($1.5 \div 2.5$ м) межъярусный теплоотвод подавляет низовой фронт до воспламенения крон; это следствие линейного замыкания (9), отмечающее границу его применимости. Профили температуры по ярусам, полученные осреднением полей полной двухфазной модели, приведены в [23].

Проверка дозовой оценки (28), (29). Локальная запись уравнения (12) для неподвижного участка крон с учетом потерь, $\theta_c(x, t) = k_{cl} \int_{t_0}^t \exp[-(\mu_c + k_{cl})(t - s)] \theta_l(x, s) ds$, при прохождении установившейся низовой волны (16), (17) дает воспламенение только при $k_{cl}(B_l - \theta_c^*) > \mu_c \theta_c^*$, то есть при $h_g < 3.0$ м для базовых параметров раздела 5, с задержкой 135, 200, 297, 450 с после прихода низового фронта при $h_g = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ м. Оценка (28), (29) с $T_l - T_c = \theta_l^*$ над фронтом и $I_{cr} = C_c \theta_c^*$ дает 109, 163, 243, 363 с, то есть занижает задержку на $18 \div 19$ % и не содержит порога по высоте разрыва; для условия (33) это смещение в безопасную сторону, и соотношения (28), (29) используются как консервативная оценка времени задержки.

6.3. Предельный случай отсутствия тушения: сведение к классической волне горения

При $q_{w,i} = 0$ уравнение (13) переходит в классическое уравнение волны горения в реагирующей пористой среде: теплоперенос вдоль слоя, ступенчатое тепловыделение, включающееся по достижении температуры воспламенения, и линейные тепловые потери. Именно такая тепловая картина - прогрев свежего горючего материала перед фронтом до температуры воспламенения при конкуренции тепловыделения и теплоотвода – лежит в основе описания фронта лесного пожара как волны горения в многофазной реагирующей среде в работах школы Гришина [9], в том числе в задаче о переходе низового пожара в верховой [11]. Формулы (20), (21) дают точное собственное значение задачи о бегущей волне для этого предельного уравнения, поэтому сопоставление с классической волной горения проводится непосредственно.

Структурное соответствие становится явным, если исключить из (20) коэффициент потерь с помощью (18) и (21), $\mu_i = \alpha_i(1 - \alpha_i)/(2\theta_i^*)$; скорость волны принимает эквивалентную форму

$$c_i = \sqrt{\frac{2D_i \alpha_i}{\theta_i^*}} \frac{\alpha_i}{\sqrt{1 + \alpha_i}} \quad (49)$$

Первый множитель в (49) есть классический корневой масштаб тепловой теории распространения волны горения: скорость пропорциональна корню из произведения коэффициента теплового распространения на отношение мощности тепловыделения к порогу воспламенения. Второй множитель монотонно убывает с ростом тепловых потерь и обращается в нуль на пределе существования $B_i = 2\theta_i^*$ (19); в пределе малых потерь ($\alpha_i \rightarrow 1$) скорость стремится к $\sqrt{D_i \alpha_i / \theta_i^*}$. Для базовых параметров нижнего яруса этот масштаб без учета потерь составляет 0.049 м/с, а учет потерь по (49) снижает скорость до $c_l = 0.0234$ м/с. Таким образом, решение (20) воспроизводит три структурных признака классической волны горения: корневой закон для скорости, замедление волны при усилении теплоотвода и существование предела распространения по запасу тепловыделения. Те же признаки характеризуют распространение фронта

лесного пожара в моделях школы Гришина: фронт движется за счет прогрева горючего материала до воспламенения, тормозится теплоотводом и не распространяется вне пределов, определяемых балансом тепловыделения и потерь [9, 11].

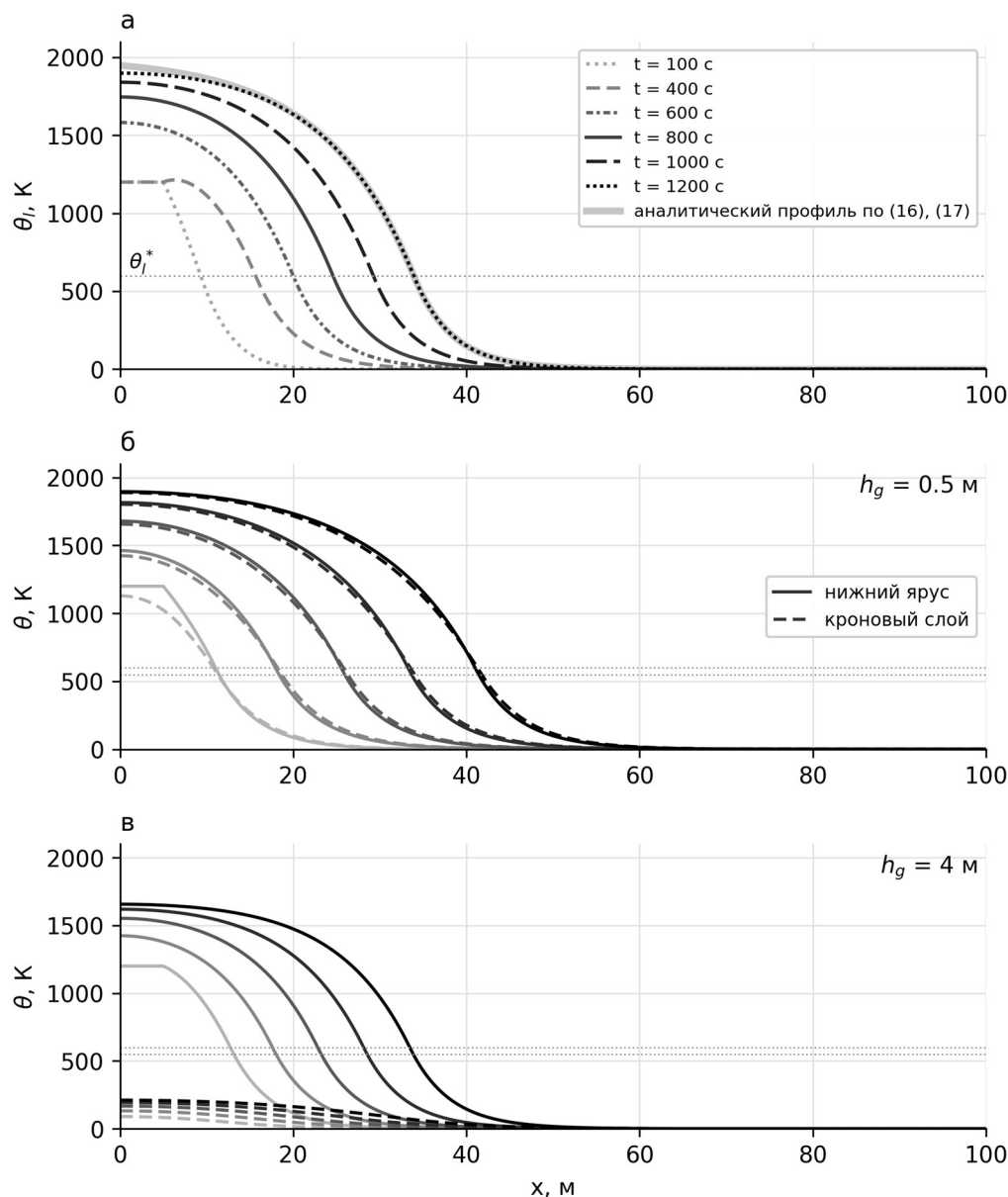


Рис. 6. Профили превышения температуры над температурой окружающей среды: а – численное решение уравнения (13) в последовательные моменты времени (тонкие линии) и аналитический профиль бегущей волны по (16), (17), сдвинутый в лабораторной системе координат до совпадения положения фронта при $t = 1200$ с (толстая линия); б, в – совместное численное решение системы (11), (12) без тушения при активном кроновом режиме для высоты межъярусного разрыва 0.5 м (б) и 4 м (в): сплошные линии – нижний ярус, штриховые – кроновый слой, моменты времени 300, 600, 900, 1200, 1500 с (от светлого к темному); горизонтальные пунктирные линии – пороги воспламенения ярусов

Численная проверка этого предела выполнена в п. 6.2: при $q_w = 0$ прямое решение уравнения (13) воспроизводит аналитическую волну, $c_{num} = 0.02338$ м/с против $c_{an} = 0.02342$ м/с по (20), отклонение 0.18 %, $c_{num}/c_{an} = 0.998$, $r^2 = 1.000$ (см. рис. 4). Редуцированная модель в бестушевом пределе, следовательно, не постулирует классическую волну горения, а фактически воспроизводит ее; тушение в (13) выступает регулярным возмущением этой волны стоком тепла.

Расчетная скорость низовой волны $c_l = 0.0234$ м/с (1.4 м/мин) лежит внутри диапазона $1 \div 3$ м/мин, характерного для низовых пожаров средней силы по классификации, приведенной в [9], что согласуется с наблюдаемыми скоростями распространения фронта реальных низовых лесных пожаров. Конкретное числовое сопоставление с расчетными данными школы Гришина требует приведения исходных данных [9, 11] к эффективным параметрам D , a , μ , θ^* осредненной модели и составляет предмет отдельной работы.

6.4. Предельные случаи

Первый частный случай – отсутствие воды. Если $q_w = 0$, уравнение (13) переходит в задачу распространения самоподдерживающейся волны горения, существующей только при условии (19); детальное сопоставление этого предела с классической волной горения дано в п. 6.3.

Второй частный случай – критическое охлаждение. Если $q_w = q_w^{cr}$, то $(a_i - q_w)/\mu_i = 2\theta_i^*$, и волна находится на границе существования; при $q_w > q_w^{cr}$ самоподдерживающаяся волна не распространяется. Этот результат согласуется с физическим смыслом задачи подавления волны горения свободной водой, рассмотренной в работе [15].

Третий частный случай – отсутствие кронового яруса. Если кроновый слой исключен из рассмотрения, то $k_{lc} = k_{cl} = 0$, а система (11), (12) переходит в одно уравнение для нижнего яруса. Это соответствует известной однослойной задаче подавления волны горения водой [15].

Четвертый частный случай – большой межъярусный разрыв. При $h_g \rightarrow \infty$ из (9) следует $K_{lc} \rightarrow 0$: тепловая связь между низовым и кроновым ярусами исчезает. Кроны не получают критическую тепловую дозу от низового фронта, и переход в верховой пожар невозможен в рамках непрерывного механизма прогрева.

Пятый частный случай – сопоставление с критерием Van Wagner [3]. Критерий Van Wagner показывает, что вероятность начала верхового пожара возрастает при увеличении интенсивности низового фронта и уменьшается при увеличении высоты основания крон. В предлагаемой модели тот же физический эффект выражается через (9), (28) и (29): при увеличении h_g коэффициент связи K_{lc} уменьшается, а время накопления критической тепловой дозы τ_{lc} возрастает. Поэтому область перехода в верховой пожар сдвигается в сторону больших интенсивностей низового горения, что соответствует классическому критерию [3].

Строки сводной таблицы 1, характеризующие распространение фронта, подкреплены расчетом по описанному в п. 6.1 методу: по единой схеме расчета (прогрев, отключение источника при $t = 400$ с, измерение установившейся скорости фронта) вычислена скорость c , а заключение о распространении вынесено по критерию $c > 0.002$ м/с; строка о классической волне горения подкреплена сверкой численной и аналитической скорости по п. 6.2, 6.3; строка о большом межъярусном разрыве получена прямой оценкой коэффициента связи по (9), а сопоставление скоростей ярусов – по формулам (20), (21).

6.5. Предельные случаи, связывающие двухъярусную модель с одноярусной

Двухъярусная модель допускает два предельных случая, в которых она сводится к классическим одноярусным решениям; это служит строгой внутренней проверкой согласованности. При отсутствии тушения ($q_w = 0$) одноярусным пределом является классическое решение задачи о волне горения в однородном слое лесных горючих материалов, восходящее к А.М. Гришину [9] (детальное сопоставление дано в п. 6.3); при подаче воды – задача о подавлении волны горения свободной водой в однородном пористом слое органических горючих материалов [15].

Первый предельный случай – бесконечный межъярусный разрыв. При $h_g \rightarrow \infty$ коэффициент связи (9) обращается в нуль, $K_{lc} \rightarrow 0$, и система (11), (12) распадается на два независимых одноярусных уравнения вида (13). Каждый ярус описывается независимой одномерной волной горения со своими параметрами D_i , a_i , μ_i , θ_i^* : без тушения – классическим решением

для однородного слоя [9], при подаче воды – решением задачи о подавлении волны водой [15]; переход в верховой пожар через непрерывный механизм прогрева невозможен (четвертый частный случай п. 6.4; строка о большом разрыве в таблице 1).

Таблица 1

Проверки одноярусного волнового решения и структурные предельные случаи модели

Проверка	Условие	Результат расчета	Итог
Волна без воды	$q_w = 0, B > 2\theta^*$	$c = +0.0233$ м/с	распространяется
Классическая волна горения (Гришин)	$q_w = 0$, сверка с (20)	$c_{num}/c_{an} = 0.98$	воспроизводится (п. 6.3)
Ниже порога	$B \leq 2\theta^* (a = 4 \text{ К/с})$	$c = -0.0132$ м/с	волна не распространяется
Критическое тушение	$q_w = q_w^{cr} = 3.20 \text{ К/с}$	$c = -0.0001$ м/с	граница существования волны
Избыточное тушение	$q_w = 1.2 q_w^{cr}$	$c = -0.0108$ м/с	волна не распространяется
Один ярус	$k_{lc} = 0$	$c_l = 0.0234$ м/с (по построению)	переход к однослойной задаче [15]
Большой разрыв	$h_g = 10 \text{ м}$	$k_{lc} = k_0 e^{-\chi h_g} = 6.7 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}$	межъярусная связь исчезает
Активная крона	$a_c = 6.0 \text{ К/с}$	$c_c = 0.0276 > c_l = 0.0234$ м/с	отрыв волны горения в слое крон деревьев

Второй предельный случай – вырожденный: межъярусный разрыв отсутствует ($h_g = 0$, связь (9) максимальна), а характеристики ярусов одинаковы: $D_l = D_c = D$, $a_l = a_c = a$, $\mu_l = \mu_c = \mu$, $\theta_l^* = \theta_c^* = \theta^*$, $C_l = C_c = C$. Тогда взвешенные по $h_i C_i$ эффективные параметры объединенной волны (40)–(42) вычисляются тождественно

$$D_m = \frac{h_l C D + (h_f - h_c) C D}{h_l C + (h_f - h_c) C} = D, \quad \mu_m = \mu, \quad a_m = a, \quad \theta_m^* = \theta^*$$

Объединенная волна тождественно совпадает с волной горения в однородном слое: при отсутствии тушения ($q_w = 0$) решение переходит в классическое решение А.М. Гришина для однородного слоя лесных горючих материалов [9] (условие существования (43) переходит в $B > 2\theta^*$ (19), скорость – в (20); численное подтверждение этого предела дано в п. 6.2, 6.3), а при подаче воды критические условия (44), (24), (25) переходят в критерии задачи о подавлении волны горения свободной водой в однородном пористом слое [15]. Двухъярусная конструкция, таким образом, не вносит артефактов: при физическом вырождении двух ярусов в один однородный слой все соотношения модели сводятся к одноярусным.

7. Обсуждение результатов

Полученное аналитическое решение проясняет ряд закономерностей подавления перехода низового пожара в верховой.

Во-первых, тушение имеет пороговый характер. Если вода подана в количестве меньше критического, она снижает температуру и скорость распространения фронта, но не разрушает самоподдерживающийся тепловой баланс. Если охлаждение превышает критическое значение, тепловыделение уже не компенсирует потери и испарение воды, поэтому волна горения

останавливается. Численная проверка (рис. 5, таблица 1) подтверждает этот сценарий количественно: скорость фронта обращается в нуль именно при $q_w = q_{w,l}^{cr}$.

Во-вторых, критическая интенсивность охлаждения зависит от способа нанесения тушащего состава. Подача воды в зону горения требует $q_w^{cr} = a - 2\mu\theta^*$; предварительное смачивание зоны прогрева перед фронтом снижает критическую локальную интенсивность до $a - \sqrt{2\mu\theta^*a}$, то есть для базовых параметров в 1.77 раза. Практически это означает, что при обработке полосы несгоревшего горючего материала перед фронтом требуется меньшая локальная интенсивность охлаждения, чем при подаче воды непосредственно в зону реакции; вывод же о суммарном расходе воды требует интегрирования интенсивности $W(x, t)$ по области подачи и времени.

В-третьих, эффективность селективного охлаждения нижнего яруса определяется не только расходом воды, но и временем воздействия. Даже если воды достаточно для подавления низовой волны, переход в верховой пожар не будет предотвращен, если кроны уже получили критическую тепловую дозу и сформировали самостоятельный фронт.

В-четвертых, межъярусный разрыв играет роль теплового барьера. При большом разрыве конвективное и лучистое воздействие нижнего фронта на кроны ослабляется, поэтому переход затрудняется. При малом разрыве связь между ярусами усиливается, что может привести к объединенной волне горения.

В-пятых, после отрыва волны горения в слое крон деревьев охлаждение только нижнего яруса становится недостаточным. Этот результат важен для практики: селективное охлаждение нижнего яруса следует рассматривать как способ предотвращения перехода, а не как универсальный метод тушения уже развитого беглого верхового пожара. При сохраняющейся сильной межъярусной связи охлажденный нижний ярус отводит тепло из крон через член $k_{cl}(\theta_l - \theta_c)$; этот случай требует отдельного анализа связанной системы (11), (12) с тушением.

8. Выводы

Предложена аналитическая модель тушения низового пожара в двухъярусной лесной растительности с межъярусным разрывом и предотвращения его перехода в верховой. Исходя из энергетического уравнения модели реагирующей пористой среды, получена система двух осредненных одномерных уравнений волны горения для нижнего и кронового ярусов. Для одномерного уравнения теплопереноса со ступенчатым источником тепловыделения получены условие существования самоподдерживающейся волны (19), формула скорости волны горения (20), (21), критическая интенсивность охлаждения (24) и критический расход воды (25).

Одноярусное волновое решение верифицировано прямым численным решением редуцированного уравнения (13): скорость волны воспроизводится с отклонением 0.18 % при $r^2 = 1.000$, критическая интенсивность охлаждения $q_{w,l}^{cr} = 3.20$ К/с – сменой знака установившейся скорости фронта в интервале $q_w = 3.15 \div 3.25$ К/с. Из восьми предельных случаев таблицы 1 пять подтверждены прямыми расчетами по единой схеме, а три (переход к одноярусной задаче, исчезновение межъярусной связи при большом разрыве и соотношение скоростей ярусов) являются проверками структуры модели, следующими из полученных формул. Дополнительно показано, что при предварительном смачивании зоны прогрева перед фронтом критическая интенсивность охлаждения снижается до $a - \sqrt{2\mu\theta^*a} = 1.80$ К/с, т.е. в 1.77 раза.

В рамках предложенной приближенной двухфронтной модели показано, что селективное охлаждение нижнего яруса предотвращает переход в верховой пожар, если волна тушения достигает низового фронта раньше, чем кроновый слой получает критическую тепловую дозу. При отрыве волны горения в слое крон деревьев от низового фронта охлаждение только нижнего яруса недостаточно; требуется воздействие на кроновый слой или создание противопожарного разрыва. Верификация по предельным случаям показала согласованность модели с

классической волной горения школы Гришина в пределе отсутствия тушения [9, 11], с известной одноярусной задачей подавления волны горения водой [15] и с физическим смыслом критерия начала верхового пожара Van Wagner [3].

Литература

1. Stocks B.J., Alexander M.E., Lanoville R.A. Overview of the International Crown Fire Modelling Experiment // Canadian Journal of Forest Research. 2004. Vol. 34. No. 8. Pp. 1543–1547.
2. Bakhshaii A., Johnson E.A. A review of a new generation of wildfire-atmosphere modeling // Canadian Journal of Forest Research. 2019. Vol. 49. No. 6. Pp. 565–574. DOI: 10.1139/cjfr-2018-0138
3. Van Wagner C.E. Conditions for the start and spread of crown fire // Canadian Journal of Forest Research. 1977. Vol. 7. No. 1. Pp. 23–34. DOI: 10.1139/x77-004
4. Rothermel R.C. A mathematical model for predicting fire spread in wildland fuels. Ogden: USDA Forest Service, 1972. 40 p. Research Paper INT-115.
5. Scott J.H., Reinhardt E.D. Assessing crown fire potential by linking models of surface and crown fire behavior. Fort Collins: USDA Forest Service, Rocky Mountain Research Station, 2001. 59 p. Research Paper RMRS-RP-29.
6. Cruz M.G., Alexander M.E., Wakimoto R.H. Modeling the likelihood of crown fire occurrence in conifer forest stands // Forest Science. 2004. Vol. 50. No. 5. Pp. 640–658.
7. Cruz M.G., Alexander M.E. Modelling the rate of fire spread and uncertainty associated with the onset and propagation of crown fires in conifer forest stands // International Journal of Wildland Fire. 2017. Vol. 26. No. 5. Pp. 413–426. DOI: 10.1071/WF16218
8. Sharaf M., Sutherland D., Wadhwani R., Moinuddin K. Thresholds of surface fire transition to crown fire: Effects of wind speed and crown base height with fixed moisture content // Fire Safety Journal. 2025. Vol. 158. Art. 104545. DOI: 10.1016/j.firesaf.2025.104545
9. Гришин А.М. Физика лесных пожаров. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1994. 207 с.
10. Гришин А.М. Математическое моделирование природных пожаров и катастроф // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2008. № 2(3). С. 105–114.
11. Гришин А.М., Перминов В.А. Переход низового лесного пожара в верховой // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26. № 6. С. 27–35.
12. Перминов В.А. Математическое моделирование зажигания полога леса от очага низового лесного пожара // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13. № 5. С. 99–105.
13. Perminov V., Goudov A. Mathematical Modeling of Forest Fires Initiation, Spread and Impact on Environment // International Journal of GEOMATE. 2017. Vol. 13. No. 35. Pp. 93–99. DOI: 10.21660/2017.35.6704
14. Baranovskiy N.V., Kirienko V.A. Mathematical Simulation of Forest Fuel Pyrolysis and Crown Forest Fire Impact for Forest Fire Danger and Risk Assessment // Processes. 2022. Vol. 10. No. 3. Art. 483. DOI: 10.3390/pr10030483
15. Kataeva L.Y., Maslennikov D.A., Loshchilova N.A. On the laws of combustion wave suppression by free water in a homogeneous porous layer of organic combustible materials // Fluid Dynamics. 2016. Vol. 51. No. 3. Pp. 389–399.
16. Kataeva L.Y., Ilicheva M.N., Loshchilov A.A. Mathematical modeling for extinguishing forest fires using water capsules with a thermoactive shell // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2022. Vol. 63. No. 7. Pp. 1227–1242. DOI: 10.1134/S0021894422070069
17. Волков Р.С., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Экспериментальная оценка влияния процесса испарения капель воды на условия их перемещения во встречном потоке высокотемпературных газов // Теплофизика высоких температур. 2016. Т. 54. № 4. С. 584–589.

18. Kuznetsov G.V., Strizhak P.A., Volkov R.S., Zhdanova A.O. Amount of Water Sufficient to Suppress Thermal Decomposition of Forest Fuel // *Journal of Mechanics*. 2017. Vol. 33. No. 5. Pp. 703–711. DOI: 10.1017/jmech.2017.13
19. Volkov R.S., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A. Experimental Determination of the Fire-Break Size and Specific Water Consumption for Effective Containment and Complete Suppression of the Front Propagation of a Typical Local Wildfire // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2019. Vol. 60. No. 1. Pp. 68–79. DOI: 10.1134/S0021894419010103
20. Nikolova E.V., Nikolova G.N., Pavlov Ts.Ch. On Wind Effects in a Hyperbolic Advection-Reaction-Diffusion Forest Fire Model: Analytical Solutions, Stability, and Bifurcation Analysis // *Mathematics*. 2026. Vol. 14. No. 7. Art. 1118. DOI: 10.3390/math14071118
21. Saeed ur Rahman, Diaz Palencia J.L. Analytical and Computational Approaches for Bi-Stable Reaction and p-Laplacian Diffusion Flame Dynamics in Porous Media // *Mathematics*. 2024. Vol. 12. No. 2. Art. 216. DOI: 10.3390/math12020216
22. Kataeva L.Y., Maslennikov D.A., Loschilov A.A., Belyaev I.V. Influence of the water barrier on the dynamics of a forest fire considering the inhomogeneous terrain and two-tier structure of the forest // *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2016. Vol. 11. No. 5. Pp. 2972–2980.
23. Катаева Л.Ю., Киселев Т.С. Математическое моделирование распространения и тушения лесного пожара водой в трехъярусном лесном массиве // *Строительные и дорожные машины*. 2026. № 9, в печати.
24. Cruz M.G., Butler B.W., Alexander M.E., Forthofer J.M., Wakimoto R.H. Predicting the ignition of crown fuels above a spreading surface fire. Part I: model idealization // *International Journal of Wildland Fire*. 2006. Vol. 15. No. 1. Pp. 47–60.

References

1. Stocks B.J., Alexander M.E., Lanoville R.A., Overview of the International Crown Fire Modelling Experiment, *Canadian Journal of Forest Research*, 2004, vol. 34, no. 8, pp. 1543–1547.
2. Bakhshaii A., Johnson E.A., A review of a new generation of wildfire-atmosphere modeling, *Canadian Journal of Forest Research*, 2019, vol. 49, no. 6, pp. 565–574. DOI: 10.1139/cjfr-2018-0138
3. Van Wagner C.E., Conditions for the start and spread of crown fire, *Canadian Journal of Forest Research*, 1977, vol. 7, no. 1, pp. 23–34. DOI: 10.1139/x77-004
4. Rothermel R.C., A mathematical model for predicting fire spread in wildland fuels, Ogden: USDA Forest Service, 1972. 40 p.
5. Scott J.H., Reinhardt E.D., Assessing crown fire potential by linking models of surface and crown fire behavior, Fort Collins: USDA Forest Service, Rocky Mountain Research Station, 2001. 59 p.
6. Cruz M.G., Alexander M.E., Wakimoto R.H., Modeling the likelihood of crown fire occurrence in conifer forest stands, *Forest Science*, 2004, vol. 50, no. 5, pp. 640–658.
7. Cruz M.G., Alexander M.E., Modelling the rate of fire spread and uncertainty associated with the onset and propagation of crown fires in conifer forest stands, *International Journal of Wildland Fire*, 2017, vol. 26, no. 5, pp. 413–426. DOI: 10.1071/WF16218
8. Sharaf M., Sutherland D., Wadhvani R., Moinuddin K., Thresholds of surface fire transition to crown fire: Effects of wind speed and crown base height with fixed moisture content, *Fire Safety Journal*, 2025, vol. 158, art. 104545. DOI: 10.1016/j.firesaf.2025.104545
9. Grishin A.M., *Physics of forest fires*, Tomsk: Tomsk University Publ., 1994. 207 p. [in Russian].
10. Grishin A.M., Mathematical modeling of natural fires and catastrophes, *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*, 2008, no. 2(3), pp. 105–114 [in Russian].
11. Grishin A.M., Perminov V.A., Transition of surface forest fire to crown fire, *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 1990, vol. 26, Issue 6, pp. 644–651. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00786501>

12. Perminov V.A., Mathematical modeling of crown forest ignition by surface fire, *Computational Technologies*, 2008, vol. 13, no. 5, pp. 99–105 [in Russian].
13. Perminov V., Goudov A., Mathematical Modeling of Forest Fires Initiation, Spread and Impact on Environment, *International Journal of GEOMATE*, 2017, vol. 13, no. 35, pp. 93–99.
DOI: 10.21660/2017.35.6704.
14. Baranovskiy N.V., Kirienko V.A., Mathematical Simulation of Forest Fuel Pyrolysis and Crown Forest Fire Impact for Forest Fire Danger and Risk Assessment, *Processes*, 2022, vol. 10, no. 3, art. 483.
DOI: 10.3390/pr10030483
15. Kataeva L.Y., Maslennikov D.A., Loshchilova N.A., On the laws of combustion wave suppression by free water in a homogeneous porous layer of organic combustible materials, *Fluid Dynamics*, 2016, vol. 51, no. 3, pp. 389–399.
16. Kataeva L.Y., Ilicheva M.N., Loshchilov A.A., Mathematical modeling for extinguishing forest fires using water capsules with a thermoactive shell, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2022, vol. 63, no. 7, pp. 1227–1242. DOI: 10.1134/S0021894422070069
17. Volkov R.S., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A., Experimental estimation of water droplet evaporation influence on their motion in a counterflow of high-temperature gases, *High Temperature*, 2016, vol. 54, no. 4, pp. 584–589.
18. Kuznetsov G.V., Strizhak P.A., Volkov R.S., Zhdanova A.O., Amount of Water Sufficient to Suppress Thermal Decomposition of Forest Fuel, *Journal of Mechanics*, 2017, vol. 33, no. 5, pp. 703–711.
DOI: 10.1017/jmech.2017.13
19. Volkov R.S., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A., Experimental Determination of the Fire-Break Size and Specific Water Consumption for Effective Containment and Complete Suppression of the Front Propagation of a Typical Local Wildfire, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2019, vol. 60, no. 1, pp. 68–79. DOI: 10.1134/S0021894419010103
20. Nikolova E.V., Nikolova G.N., Pavlov Ts.Ch., On Wind Effects in a Hyperbolic Advection-Reaction-Diffusion Forest Fire Model: Analytical Solutions, Stability, and Bifurcation Analysis, *Mathematics*, 2026, vol. 14, no. 7, art. 1118. DOI: 10.3390/math14071118
21. Saeed ur Rahman, Diaz Palencia J.L., Analytical and Computational Approaches for Bi-Stable Reaction and p-Laplacian Diffusion Flame Dynamics in Porous Media, *Mathematics*, 2024, vol. 12, no. 2, art. 216. DOI: 10.3390/math12020216
22. Kataeva L.Y., Maslennikov D.A., Loschilov A.A., Belyaev I.V., Influence of the water barrier on the dynamics of a forest fire considering the inhomogeneous terrain and two-tier structure of the forest, *ARPJN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2016, vol. 11, no. 5, pp. 2972–2980.
23. Kataeva L.Yu., Kiselev T.S., Mathematical modeling of wildfire spread and water suppression in a three-tier forest stand, *Stroitel'nye i dorozhnye mashiny*, 2026, no. 9, in press [in Russian].
24. Cruz M.G., Butler B.W., Alexander M.E., Forthofer J.M., Wakimoto R.H., Predicting the ignition of crown fuels above a spreading surface fire. Part I: model idealization, *International Journal of Wildland Fire*, 2006, vol. 15, no. 1, pp. 47–60.

Статья поступила в редакцию 30 июля 2026 г.