

Numerical Simulation of the Boundary Layer on a Plate with a Negative Pressure Gradient in the External Flow

V. G. Lushchik, A. I. Reshmin

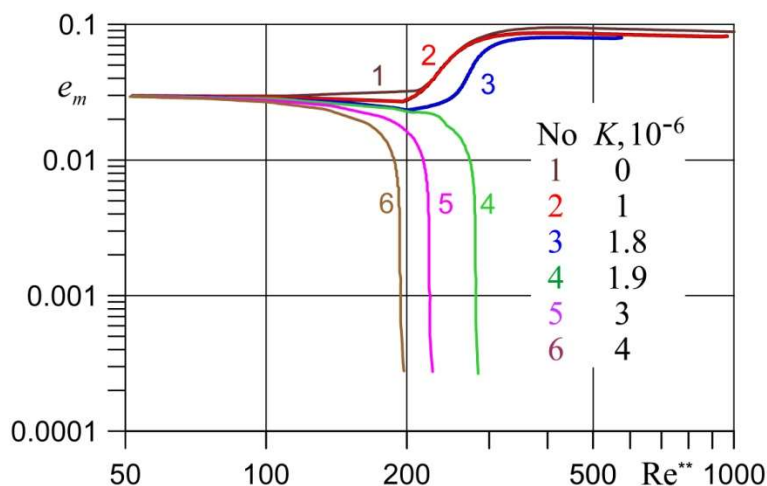
*Lomonosov Moscow State University, Research Institute of Mechanics
Moscow, 119192, Russia*

vgl_41@mail.ru, alexreshmin@rambler.ru

Abstract

Using a three-parameter differential RANS turbulence model, a numerical study of a boundary layer with a negative pressure gradient was conducted over a wide range of flow acceleration parameters for two cases: with an initial laminar and turbulent boundary layer. Calculated dependences of the friction coefficient, shape parameter, and turbulence intensity on the Reynolds number revealed that, for these cases, laminarization and relaminarization of the boundary layer occur at different flow acceleration values, but are generalized at a single pressure gradient parameter.

Keywords: boundary layer, negative pressure gradient, RANS model of turbulence, laminarization (relaminarization) of the flow.



Dependence of the maximum value of turbulence intensity e_m in the boundary layer on the Reynolds number for the thickness of the momentum loss Re^{**} for a series of values of the acceleration parameter K

УДК 532.526

Численное моделирование пограничного слоя на пластине при отрицательном градиенте давления во внешнем потоке

В. Г. Лущик, А. И. Решмин

*МГУ им. М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики,
Россия, Москва, 119192, Мичуринский проспект, 1*

vgl_41@mail.ru, alexreshmin@rambler.ru

Аннотация

С использованием трехпараметрической дифференциальной RANS-модели турбулентности проведено численное исследование пограничного слоя с отрицательным градиентом давления в широком диапазоне параметра ускорения потока для двух случаев: с исходными ламинарным и турбулентным пограничным слоем. Расчетные зависимости коэффициента трения, формпараметра и интенсивности турбулентности от Рейнольдса позволили установить, что для этих случаев ламинаризация и реламинаризация пограничного слоя происходит при разных значениях параметра ускорения потока, но обобщается при одном значении параметра градиента давления.

Ключевые слова: пограничный слой, отрицательный градиент давления, RANS-модель турбулентности, ламинаризация (реламинаризация) течения.

1. Введение

Продольный градиент давления является параметром, который оказывает существенное влияние на турбулентное течение, приводя в пределе в случае большого отрицательного градиента давления к ламинаризации пограничного слоя.

Турбулентные пограничные слои, развивающиеся в присутствии отрицательного (благоприятного) градиента давления, имеют место во многих прикладных задачах, например, при течении в соплах ЖРД, в конфузорах и в ряде других. Таким образом, исследование влияния отрицательного градиента давления на характеристики пограничного слоя имеет решающее значение для широкого круга инженерных приложений и было предметом многочисленных экспериментальных и численных исследований.

Эффект ламинаризации (или реламинаризации) исходного турбулентного течения в пограничных слоях в случае внешних течений с отрицательным градиентом давления был обнаружен Штернбергом в 1954 году [1]. Впоследствии исследованию процессов ламинаризации уделялось значительное внимание и в настоящее время имеется обширная литература (см., например, обзоры [2–5]). Известно несколько локальных критериев параметра ускорения, которые были предложены для определения необходимого градиента скорости (или давления), обеспечивающего реламинаризацию [6–8].

Параметр ускорения

$$K = \frac{v \cdot dU_1/dx}{U_1^2},$$

где U_1 – локальная скорость набегающего потока. Этот параметр, предложенный Кейсом [9], характеризует равновесные пограничные слои, однако для развивающегося пограничного

слоя с отрицательным градиентом давления из анализа известных литературных источников важность параметра K не ясна.

Параметр градиента давления

$$\beta = \frac{\delta^* \cdot dp/dx}{\tau_w},$$

где δ^* – толщина вытеснения; p – статическое давление; x – координата в направлении потока; τ_w – напряжение сдвига на стенке. Этот параметр был предложен Клаузером [10], согласно которому он представляет отношение силы градиента давления ($\delta^* \cdot dp/dx$) к единственной другой существенной силе в слое, трению на стенке τ_w . Это наиболее часто обсуждаемый в литературе параметр градиента давления.

Существуют также и другие параметры, одним из которых является фактор следа, однако, этот параметр основан на предпосылке, что существует универсальный логарифмический закон стенки, который не всегда имеет место.

В [11] представлен обзор работ по исследованию влияния отрицательного градиента давления на течение в пограничном слое и экспериментально получено значение параметра ускорения $K = 4.4 \times 10^{-6}$, обеспечивающего реламинаризацию турбулентного пограничного слоя.

Следует отметить, что значительная часть экспериментов в этой области посвящена исследованию эволюции пограничных слоев, подверженных отрицательному градиенту давления (см., например, [12]), и не описывает процесс реламинаризации. Как указано в [13], сложность экспериментов по исследованию реламинаризации может быть вызвана наличием широкого диапазона скоростей, который требуется поддерживать: от низких значений скорости на входе до очень высоких скоростей и сравнительно тонких пограничных слоев на выходе из экспериментального участка.

Целью настоящей работы является численное исследование пограничного слоя с отрицательным градиентом давления в широком диапазоне параметра ускорения потока K для двух случаев: с исходными ламинарным и турбулентным пограничным слоем.

2. Постановка задачи

Уравнения неразрывности и движения, описывающие течение в пограничном слое на плоской пластине, имеют вид

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad (1.1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} + \rho \tau \right) \quad (1.2)$$

Здесь x – направление вдоль пластины; y – координата, отсчитываемая по нормали к пластине; u и v – компоненты скорости вдоль осей x и y соответственно; p – статическое давление; $\tau = -\langle u'v' \rangle$ – турбулентное напряжение сдвига; ρ – плотность; η – коэффициент динамической вязкости.

Для вычисления величины турбулентного напряжения сдвига, входящей в уравнение движения (1.2), используется трехпараметрическая модель турбулентности [14] в которой уравнения переноса записываются для энергии турбулентности $E = 0.5 \sum \langle u_i'^2 \rangle$ величины напряжения сдвига $\tau = -\langle u'v' \rangle$ и параметра $\omega = E/L^2$ (L – поперечный интегральный масштаб турбулентности). Данная модель прошла всестороннюю проверку в широком классе задач, результаты которой, в частности, для течения в конфузорах представлены в работах [15–19].

Граничные условия на стенке и на внешней границе пограничного слоя $\delta(x)$ имеют вид

$$u = 0, v = 0, E = 0, \partial E / \partial y = 0, \tau = 0 \quad (y = 0); \quad (1.3)$$

$$dp/dx = f(x) \text{ либо } u = U_1(x), E = E_1(x), \omega = \omega_1(x), \tau = 0 \quad (y = \delta(x)) \quad (1.4)$$

Граничное условие $\partial E / \partial y = 0$ в (1.3) позволяет определить величину $\omega(x)$ на стенке, которая заранее неизвестна. U_1 – величина скорости внешнего потока, которая определяется заданным продольным градиентом давления dp/dx , а функции $E_1(x)$ и $\omega_1(x)$ описывают вырождение турбулентности в этом течении. Величина $\delta(x)$ выбирается из условия гладкого сопряжения решения.

В данной работе градиент давления задавался следующим образом. Считалось, что

$$K = \frac{\nu}{U_1^2} \frac{dU_1}{dx} = -\frac{\nu}{\rho U_1^3} \frac{dp}{dx} = \text{const} \quad (1.5)$$

Из этих соотношений находим

$$\tilde{U}_1 = \frac{1}{1 - K \text{Re}(\tilde{x} - \tilde{x}_k)}, \quad -\frac{d\tilde{p}}{d\tilde{x}} = \frac{K \text{Re}}{[1 - K \text{Re}(\tilde{x} - \tilde{x}_k)]^3}, \quad \text{Re} = \frac{U_0 h}{\nu} \quad (1.6)$$

Здесь ν – коэффициент кинематической вязкости; h – ширина расчетной области при $x \leq x_k$ ($x = x_k$ – координата сечения, в котором «включается» градиент давления dp/dx); U_0 – скорость набегающего потока; $\tilde{U}_1 = U_1/U_0$ ($U_1 = U_0$ при $x \leq x_k$), $\tilde{p} = p/\rho U_0^2$, $\tilde{x} = x/h$, $\tilde{x}_k = x_k/h$.

В начальном ($x = 0$) сечении полагалось

$$u = u(y), \quad \frac{E}{E_0} = \frac{u(y)}{U_0}, \quad \omega = \omega_0, \quad \tau = 0 \quad (1.7)$$

Профиль скорости $u(y)$ определялся из автомодельного решения Блазиуса, функции $E_0(y) = \text{const}$, $\tau_0(y) = 0$, $\omega_0(y) = \text{const}$. Начальный масштаб турбулентности L_0 принимался таким ($\text{Re}_L = L_0 U_0 / \nu \approx 10^4$), чтобы интенсивность турбулентности набегающего потока $e = \sqrt{E}/U_1$, уменьшающаяся вследствие вырождения ее на расчетной длине, не очень отличалась от начальной величины $e_0 = \sqrt{E_0}/U_0 = 0.03$.

Начальная скорость U_0 внешнего потока выбиралась так, чтобы в конце расчетной зоны число Маха во внешнем потоке не превышало 0.3. При этом течение является существенно дозвуковым и величину числа Маха можно считать не влияющей на течение в пограничном слое. Все проделанные расчеты были выполнены с этим условием. При этом даже при максимальном ускорении давление во внешнем потоке уменьшалось на длине пластины меньше чем на 5 %.

Из интегрального соотношения импульсов, справедливого как для ламинарного, так и для турбулентного движения [4]

$$\frac{d\text{Re}^{**}}{d\text{Re}_x} = \frac{C_f}{2} - K \text{Re}^{**} (1 + H) \quad (1.8)$$

следует, что при постоянном значении параметра ускорения K возможно существование асимптотического пограничного слоя, когда члены в правой части соотношения (1.8) будут уравновешивать друг друга, что приведет к равенству нулю производной

$$\frac{d\text{Re}^{**}}{d\text{Re}_x} = 0, \quad \text{Re}^{**} = \frac{U_1 \delta^{**}}{\nu}, \quad \text{Re}_x = \frac{U_1 x}{\nu},$$

т.е. $Re^{**} = \text{const}$, и из (1.8) следует связь между величинами C_f, H, Re^{**} и K вида

$$C_f = 2K(1+H)Re^{**} \quad (1.9)$$

Отметим, что течение, описываемое формулами (1.6), имеет место внутри угла, вершина которого находится в точке с координатой

$$\frac{x^*}{h} = \frac{x_k}{h} + \frac{1}{K Re} \quad (1.10)$$

Как показано в [16], течение в пограничном слое может стать автомодельным при приближении к вершине угла, если во внешнем потоке оно определено формулами (1.6). Численное решение системы уравнений (1.1), (1.2) с граничными условиями (1.3), (1.4), (1.7), подтвердило полученные в [16] следующие соотношения для автомодельного решения:

$$C_f Re^{**} = \text{const} = 0.868, \quad H = \delta^*/\delta^{**} = 2.07, \quad C_f/2\sqrt{K} = 1.15 \quad (1.11)$$

Параметрами задачи являются: параметр ускорения набегающего потока K , параметр градиента давления β , числа Рейнольдса, определенные по толщине потери импульса Re^{**} и по длине пластины Re_x .

2. Результаты расчетов

Расчеты проводились в той же постановке, что и выполненное в [16] исследование перехода к турбулентности в пограничном слое с отрицательным градиентом давления. Плоская пластина обтекалась потоком воздуха при давлении $p = 0.2$ МПа и температуре $T = 300$ К. Температура стенки была равна температуре потока.

Ниже представлены результаты численного исследования пограничного слоя с градиентом давления, который «включался» в начальном сечении ($x = 0$) с ламинарным пограничным слоем и в некотором сечении ($x = x_k$), соответствующему турбулентному пограничному слою.

2.1. Влияние градиента давления на ламинарный пограничный слой

Численное исследование для этого случая проведено для пластины длиной $0.99 \cdot (x^*/h) = 1/(K Re)$, которая получена из формулы (1.10), в которой $x_k = 0$, т.е. градиент давления dp/dx «включается» на входе в пластину. Расчетные значения величин числа Рейнольдса Re^{**} , формпараметра H , параметра градиента давления β и максимального значения интенсивности турбулентности $e_m = \sqrt{E_m}/U_1$ в конце пластины для ряда значений параметра ускорения K приведены в табл. 1. Значение коэффициента 0.99 в приведенной выше формуле для величины x_k/h ограничивает значение относительной скорости потока в формуле (1.6) величиной $U_1/U_0 = 100$.

Таблица 1

Параметры численного исследования ламинаризации пограничного слоя

$K, 10^{-6}$	0	1.0	1.8	1.9	3.0	4.0
Re^{**}	2270	966	574	284	227	197
H	1.41	1.45	1.56	2.10	2.10	2.10
β	–	0.604	0.622	0.699	0.699	0.700
e_m	0.821×10^{-1}	0.818×10^{-1}	0.798×10^{-1}	0.267×10^{-3}	0.276×10^{-3}	0.280×10^{-3}

Расчетные зависимости местного коэффициента трения на стенке C_f и формпараметра пограничного слоя H от числа Рейнольдса по толщине потери импульса Re^{**} приведены на рис. 1 и рис. 2.

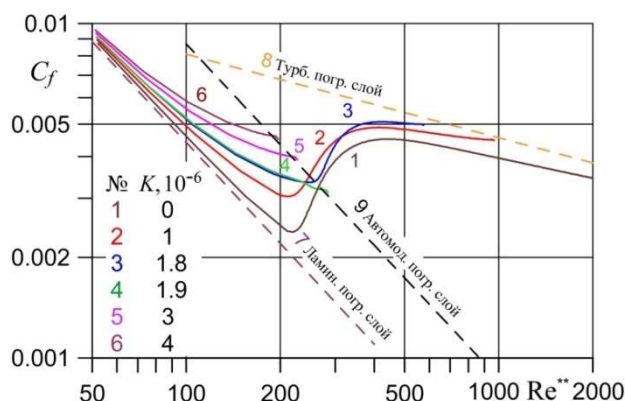


Рис. 1. Влияние параметра ускорения K на зависимость местного коэффициента трения C_f от числа Рейнольдса по толщине потери импульса Re^{**} : линии 1–6 – значения параметра K (см. табл. 1); линии 7, 8 – зависимости (2.1) для ламинарного и турбулентного пограничного слоя; линия 9 – зависимость (1.11) для автомодельного пограничного слоя

Как видно из рис. 1, расчетная зависимость $C_f(Re^{**})$ при значениях параметра ускорения $K \geq 1.9 \times 10^{-6}$ (линии 4–6) выходит на зависимость (1.10) для автомодельного пограничного слоя. Аналогичная ситуация имеет место и для зависимости $H(Re^{**})$ (рис. 2).

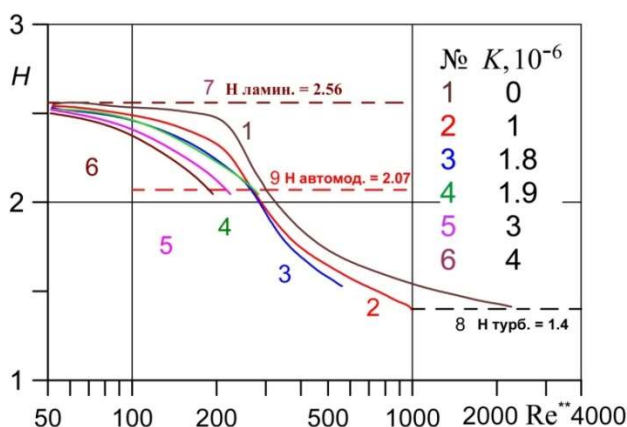


Рис. 2. Влияние параметра ускорения K на зависимость формпараметра пограничного слоя H от числа Рейнольдса по толщине потери импульса Re^{**} : линии 1–6 – значения параметра K (см. табл. 1); линии 7, 8 – зависимости (2.1) для ламинарного и турбулентного пограничного слоя; линия 9 – зависимость (1.11) для автомодельного пограничного слоя

На рис. 1, 2 приведены также зависимости (2.1) Блазиуса [20], соответствующая ламинарному режиму течения, и Прандтля [20], соответствующая турбулентному режиму течения, и зависимость (1.10) для автомодельного пограничного слоя.

$$C_f = 0.441/Re^{**} = 0.664/\sqrt{Re_x}, \quad H = 2.56, \quad (2.1)$$

$$C_f = 0.0256/\sqrt[4]{Re^{**}} = 0.0576 Re_x^{-1/5}, \quad H = 1.4$$

Представленная на рис. 3 расчетная зависимость относительного коэффициента трения $C_f/2\sqrt{K}$ от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x подтверждает существование автомодельного режима течения (при $Re_x > 1 \times 10^6$) для значений параметра градиента давления $K \geq 1.9 \times 10^{-6}$ (линии 4–6), при которых величина $C_f/2\sqrt{K}$ выходит на значение, равное 1.15 (1.11) – линия 9. При этом величина Re^{**} (см. табл. 1) соответствует ламинарному режиму течения.

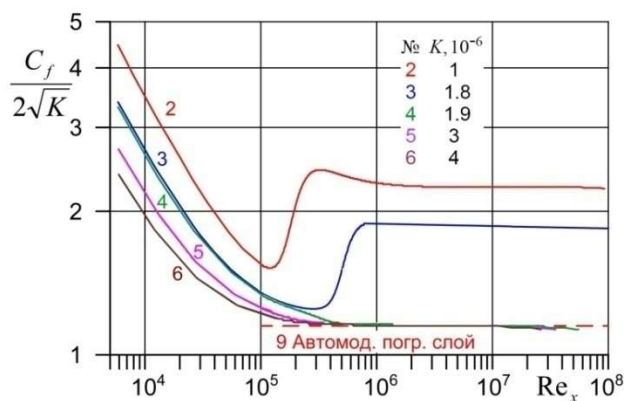


Рис. 3. Зависимость относительного коэффициента трения $C_f/2\sqrt{K}$ от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x : линии 2–6 – значения параметра K (см. табл. 1); линия 9 – зависимость (1.11) для автомодельного пограничного слоя

Приведенные выше результаты численного исследования влияния параметра градиента давления K на течение в пограничном слое пластины свидетельствуют о том, что при $K \geq 1.9 \times 10^{-6}$ имеет место ламинаризация пограничного слоя. В качестве подтверждения этого на рис. 4 приведены профили интенсивности турбулентности по толщине пограничного слоя, а на рис. 5 – зависимость максимального значения интенсивности турбулентности в пограничном слое $e_m = \sqrt{E_m}/U_1$ от числа Рейнольдса по толщине потери импульса Re^{**} . Как видно из рис. 4, 5 ламинаризация наступает при значении параметра $K \geq 1.9 \times 10^{-6}$ (линии 4). При этом число Рейнольдса по толщине потери импульса $Re^{**} = 284$, (см. табл. 1), что соответствует ламинарному пограничному слою.

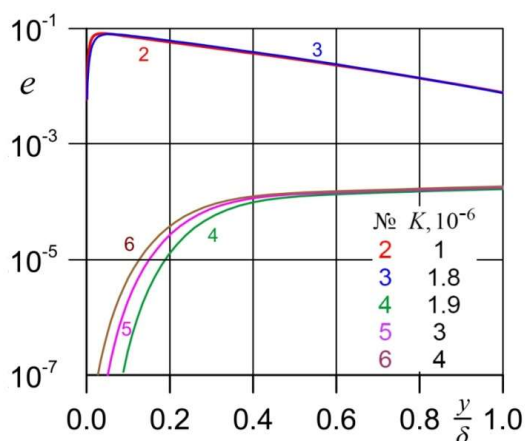


Рис. 4. Профили интенсивности турбулентности e по толщине пограничного слоя y/δ : линии 1–6 – значения параметра K (см. табл. 1)

Отметим, что в расчетах в качестве условия ламинаризации (реламинаризации) пограничного слоя принята величина максимального значения интенсивности турбулентности в

пограничном слое $e_m \approx 3 \times 10^{-4}$, полученная для ограниченных значений длины пластины $0.99 \times (x^*/h)$ (см. табл. 1).

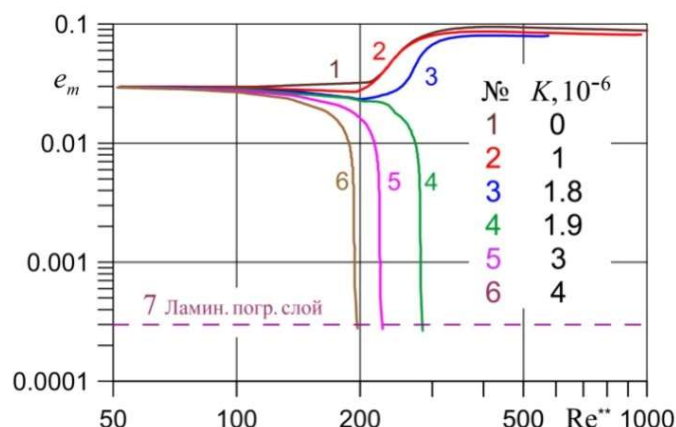


Рис. 5. Зависимость максимального значения интенсивности турбулентности в пограничном слое $e_m = \sqrt{E_m}/U_1$ от числа Рейнольдса по толщине потери импульса Re^{**} : линии 1–6 – значения параметра K (см. табл. 1); линия 7 – интенсивность турбулентности в ламинарном пограничном слое (2.1) – $e_m \approx 3 \times 10^{-4}$

В результате проведенного численного исследования установлено, что при значении параметра ускорения $K \geq 1.9 \times 10^{-6}$ пограничный слой остается ламинарным, т.е. имеет место ламинаризация пограничного слоя. Отметим, что полученные результаты согласуются с приведенными в [5] значениями параметра ускорения $K \geq 1 \times 10^{-6}$, при котором пограничный слой остается ламинарным.

2.2. Влияние градиента давления на турбулентный пограничный слой

Численное исследование для этого случая проведено для пластины длиной $0.99(x/h - x_k/h) = 1/(K Re)$ (см. 1.6). Величина x_k/h принята равной 20, достаточной для формирования развитого турбулентного пограничного слоя с нулевым градиентом давления ($dp/dx = 0$), так что скорость набегающего потока U_1 оставалась постоянной. Далее (при $x > x_k$) следовал участок с заданным градиентом давления $dp/dx = f(x)$ (1.6), в соответствии с которым изменялась скорость набегающего потока $U_1(x)$.

Длина пластины и рассчитанные величины Re^{**} , H и параметра градиента давления β для ряда значений параметра ускорения K в конце пластины приведены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры численного исследования реламинаризации пограничного слоя

$K, 10^{-6}$	0	3.0	4.5	4.6	5.0
Re^{**}	2270	447	197	184	176
H	1.41	1.57	2.07	2.10	2.10
β	–	0.750	0.721	0.702	0.701
e_m	0.821×10^{-1}	0.760×10^{-1}	0.472×10^{-2}	0.325×10^{-3}	0.330×10^{-3}

Отметим, что при длине $x_k/h = 20$ числа Рейнольдса соответствуют характерным значениям для развитого турбулентного пограничного слоя

$$\text{Re}_x = 0.25 \times 10^6, \quad \text{Re}^{**} = 520. \quad (2.2)$$

Расчетные зависимости местного коэффициента трения на стенке C_f и формпараметра пограничного слоя H от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x приведены на рис. 6, 7.

На рис. 6, 7 приведены также зависимости (2.1) Блазиуса [20], соответствующая ламинарному режиму течения, и Прандтля [20], соответствующая турбулентному режиму течения, и зависимость (1.11) для автомодельного пограничного слоя.

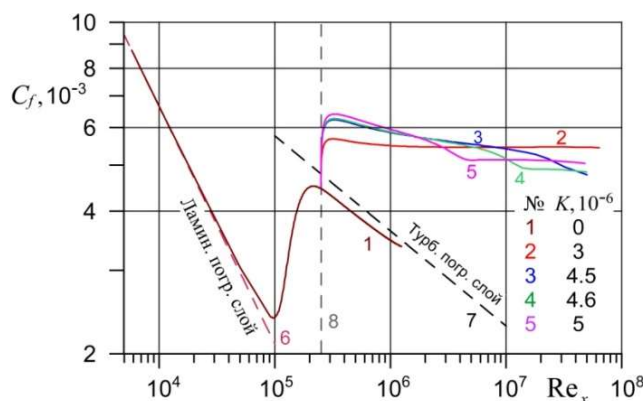


Рис. 6. Влияние параметра ускорения потока K на зависимость местного коэффициента трения C_f от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x ; линии 1–5 – K (см. табл. 2); линии 6, 7 – зависимости (2.1) для ламинарного и турбулентного пограничного слоя; линия 8 – число Re_x (2.2), при котором в сечении ($x = x_k$) «включался» градиент давления

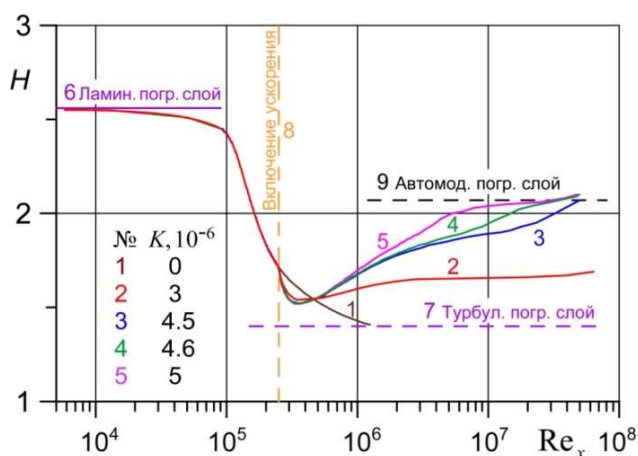


Рис. 7. Влияние параметра ускорения K на зависимость формпараметра пограничного слоя H от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x : линии 1–5 – K (см. табл. 2); линии 6, 7 – зависимости (2.1) для ламинарного и турбулентного пограничного слоя; линия 8 – число Re_x (2.2), при котором в сечении ($x = x_k$) «включался» градиент давления; линия 9 – зависимость (1.11) для автомодельного пограничного слоя

Представленная на рис. 8 расчетная зависимость относительного коэффициента трения $C_f / 2\sqrt{K}$ от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x подтверждает существование автомодельного режима течения (при $\text{Re}_x > 1 \times 10^6$) для значений параметра ускорения $K \geq 4.5 \times 10^{-6}$ (линии 4–6), при которых величина $C_f / 2\sqrt{K}$ выходит на автомодельное значение (1.11), равное 1.15.

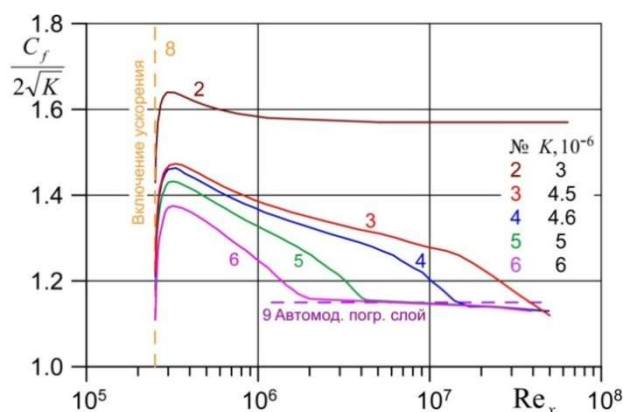


Рис. 8. Зависимость относительного коэффициента трения $C_f/2\sqrt{K}$ от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x : линии 2–6 – K (см. табл. 2); линия 8 – число Re_x (2.2), при котором в сечении ($x = x_k$) «включался» градиент давления; линия 9 – зависимость (1.11) для автомодельного пограничного слоя

Приведенные выше результаты численного исследования влияния параметра ускорения K на течение в пограничном слое пластины свидетельствуют о том, что при $K \geq 4.6 \times 10^{-6}$ имеет место реламинаризация турбулентного пограничного слоя. В качестве подтверждения этого на рис. 9 приведены профили интенсивности турбулентности по толщине пограничного слоя, а на рис. 10 – зависимость максимального значения интенсивности турбулентности в пограничном слое $e_m = \sqrt{E_m}/U_1$ от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x . Как видно из рис. 9, 10 реламинаризация наступает при значении параметра $K = 4.6 \times 10^{-6}$ (линии 4). При этом число Рейнольдса по толщине потери импульса $Re^{**} = 184$ (см. табл. 2), что соответствует ламинарному пограничному слою.

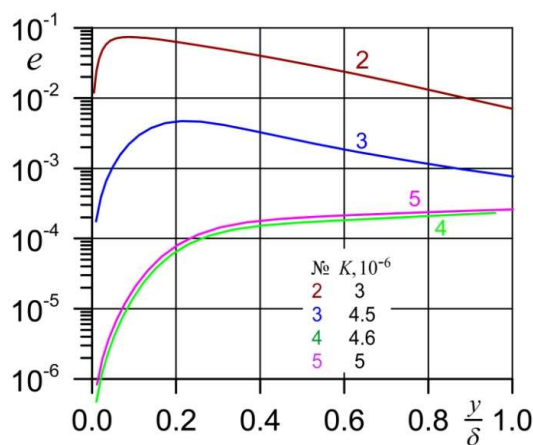


Рис. 9. Профили интенсивности турбулентности e по толщине пограничного слоя y/δ : линии 2–5 – K (см. табл. 2)

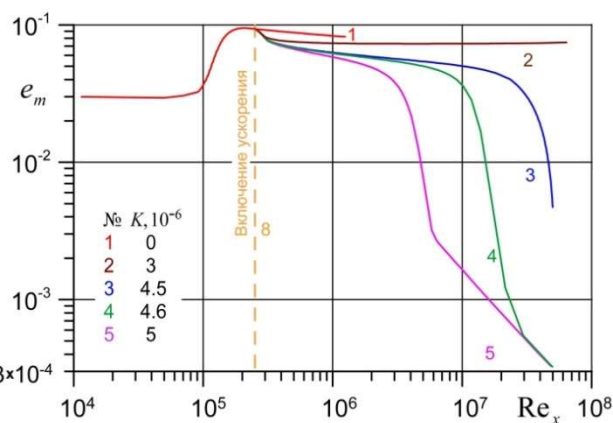


Рис. 10. Зависимость максимального значения интенсивности турбулентности в пограничном слое $e_m = \sqrt{E_m}/U_1$ от числа Рейнольдса по длине пластины Re_x : линии 1–5 – K (см. табл. 2); линия 8 – число Re_x (2.2), при котором в сечении ($x = x_k$) «включался» градиент давления

В результате проведенного численного исследования установлено, что при значении параметра ускорения потока $K = 4.6 \times 10^{-6}$ имеет место реламинаризация турбулентного пограничного слоя. Отметим, что это значение K близко к экспериментально полученному в [11] значению параметра ускорения $K = 4.4 \times 10^{-6}$, обеспечивающего реламинаризацию турбулентного пограничного слоя.

В заключение предпринята попытка обобщения полученных результатов численного исследования условий ламинаризации (реламинаризации) по параметрам ускорения потока K и градиента давления β (рис. 11) для исходного ламинарного и исходного турбулентного пограничных слоёв.

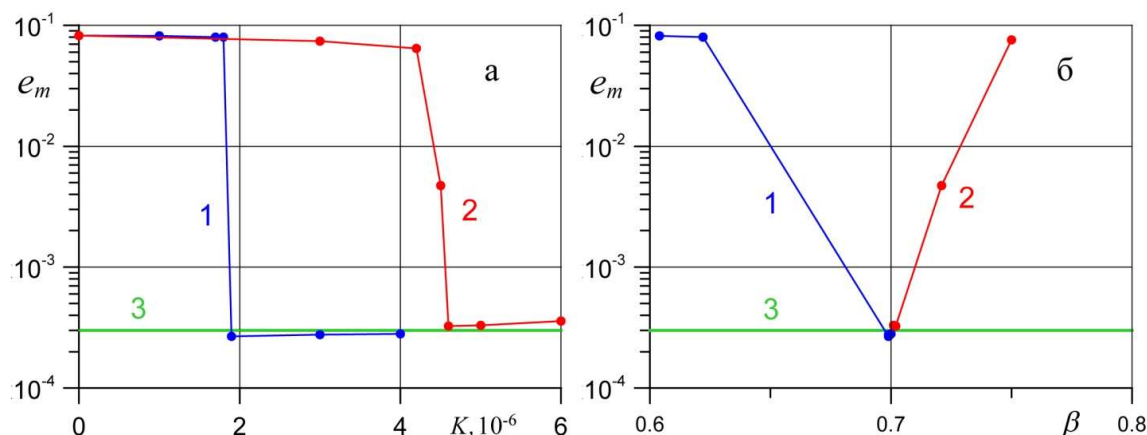


Рис. 11. Максимальное значение интенсивности турбулентности e_m в зависимости от параметра ускорения K – (а) и параметра градиента давления β – (б); линии 1 – в потоке с исходным ламинарным пограничным слоем; линии 2 – с исходным турбулентным пограничным слоем; линии 3 – зависимость (2.1) для ламинарного пограничного слоя

Как видно из рис. 11, а, влияние параметра ускорения K на ламинаризацию пограничного слоя зависит от состояния пограничного слоя в момент "включения" ускорения. При начальном ламинарном пограничном слое интенсивность турбулентности снижается до ламинарного уровня при $K \geq 1.9 \times 10^{-6}$, а при "включении" ускорения, уже после перехода к турбулентности, реламинаризация наступает при $K \geq 4.6 \times 10^{-6}$. То есть условие ламинаризации (реламинаризации) пограничного слоя, в качестве которого принята величина максимального значения интенсивности турбулентности в пограничном слое $e_m \approx 3 \times 10^{-4}$ выполняется при разных значениях K .

Обобщение полученных результатов численного исследования по параметру градиента давления β (см. рис. 11, б) оказалось более успешным, т.к. для обоих рассмотренных случаев состояния пограничного слоя в момент "включения" градиента давления, как ламинарного, так и турбулентного, величина β , при которой максимальная интенсивности турбулентности в пограничном слое снижается до $e_m \approx 3 \times 10^{-4}$ оказалась примерно одинаковой и равной $\beta \approx 0.7$.

3. Заключение

С использованием трехпараметрической дифференциальной RANS-модели турбулентности проведено численное исследование пограничного слоя с отрицательным градиентом давления в широком диапазоне параметра ускорения потока для двух случаев: с исходным ламинарным пограничным слоем и с исходным турбулентным пограничным слоем.

Расчетные зависимости коэффициента трения, формпараметра и интенсивности турбулентности от числа Рейнольдса позволили установить, что для случая с исходным ламинарным пограничным слоем пограничный слой остается ламинарным, т.е. имеет место ламинаризация при значении параметра ускорения потока $K = 1.9 \times 10^{-6}$.

Для случая с исходным турбулентным пограничным слоем реламинаризация наступает при значении параметра ускорения потока $K = 4.6 \times 10^{-6}$.

Проведенное обобщение полученных результатов численного исследования по параметру градиента давления β для исходного ламинарного и турбулентного пограничного слоя позволило установить, что величина параметра β , удовлетворяющая условиям ламинаризации и реламинаризации пограничного слоя, оказалась примерно одинаковой и равной $\beta \approx 0.7$.

Благодарности и ссылки на гранты

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 25-19-00278

Литература

1. Sternberg J. The transition from a turbulent to a laminar boundary layer // US Army Bal. Res. Lab. Aberdeen (USA), 1954. Rep. 906.
2. Кадер Б. А., Яглом А. М. Влияние шероховатости и продольного градиента давления на турбулентные пограничные слои // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1984. Т. 18. С. 3–111.
3. Narasimha R., Sreenivasan K. R. Relaminarization fluid flows // *Advances in Applied Mechanics*. 1979. Vol. 19. Pp. 221–309.
4. Лущик В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. Е. Уравнения переноса для характеристик турбулентности: модели и результаты расчетов // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1988. Т. 22. С. 3–61.
5. Сахнов А. Ю. Пограничный слой с асимптотическим отрицательным градиентом давления // Проблемы и достижения прикладной математики механики Сборник научных трудов. Новосибирск: Параллель. 2010. С. 25–34.
6. Moretti P.H., Kays V.M. Heat transfer in turbulent boundary layer with varying free-stream velocity and varying surface temperature—an experimental study // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1965. Vol. 8. pp. 1187–202. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(65\)90062-1](https://doi.org/10.1016/0017-9310(65)90062-1)
7. Sreenivasan K. R. Laminarescent, relaminarizing and retransitional flows // *Acta Mech*. 1982. Vol. 44. pp. 1–48. <https://doi.org/10.1007/BF01190916>
8. Badry Narayanan M. A., Ramjee V. On the criteria for reverse transition in a two-dimensional boundary-layer flow // *J. Fluid Mech*. 1969. Vol. 35. Pt 2. Pp. 225–241. <https://doi.org/10.1017/S002211206900108X>
9. Kays W. M. *Convective Heat and Mass Transfer*. New York: McGraw-Hill, 1966.
10. Clauser F. H. Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients // *J. Aeronautical Sci*. 1954. DOI:10.2514/8.2938
11. Bourassa C., Thomas F. O. An experimental investigation of a highly accelerated turbulent boundary layer // *Journal of Fluid Mechanics*. 2009. Vol. 634. Pp. 359–404. <https://doi.org/10.1017/S0022112009007289>
12. Jones M. B., Marusic I., Perry A. E. Evolution and structure of sink-flow turbulent boundary layers // *J. Fluid Mech*. 2001. Vol. 428. Pp. 1–27. <https://doi.org/10.1017/S0022112000002597>
13. Escudier M. P., Abdel-Hameed A., Johnson M. W., Sutcliffe C. J. Laminarization and retransition of a turbulent boundary layer subjected to favourable pressure gradient // *Exp. Fluids*. 1998. Vol. 25. pp. 491–502.
14. Лущик В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. Е. Трехпараметрическая модель турбулентности: расчет теплообмена // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1986. № 2. С. 40–52.
15. Лущик В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. Е. Турбулентные течения. Модели и численные исследования (обзор) // *Изв. РАН. МЖГ*. 1994. № 4. С. 4–27.
16. Лущик В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. Е. Переход к турбулентности в пограничном слое на пластине при отрицательном градиенте давления во внешнем потоке // *Изв. РАН. МЖГ*. 2004. № 2. С. 91–102. DOI:10.1023/B:FLUI.0000030309.79878.13
17. Лущик В. Г., Макарова М. С., Решмин А. И. Ламинаризация потока при течении с теплообменом в плоском канале с конфузоре // *Изв. РАН. МЖГ*. 2019. № 1. С. 68–77. <https://doi.org/10.1134/S0015462819010099>

18. Лущик В. Г., Решмин А. И., Тепловодский С. Х., Трифонов В. В. Численное моделирование течения и теплообмена в плоском конфузоре // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2024. Т. 25, вып. 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2024-25-1/articles/1082/>
19. Лущик В. Г., Решмин А. И. Численное моделирование ламинаризации течения в каналах с отрицательным градиентом давления // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2024. Т. 25, вып. 4. <http://chemphys.ipmnet.ru/issues/2024-25-4/articles/1121/>
20. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1974. 711 с.

References

1. Sternberg J., The transition from a turbulent to a laminar boundary layer, *US Army Bal. Res. Lab. Aberdeen (USA)*, 1954. Rep. 906.
2. Kader B. A. and Yaglom A.M., Effect of Roughness and a Longitudinal Pressure Gradient on Turbulent Boundary Layers, *Advances in Science and Engineering. All-Union Institute of Science and Technical Information. Fluid Mech. Series*, 1984, vol. 18, p. 3 [in Russian].
3. Narasimha R., Sreenivasan K. R., Relaminarization of fluid flows, *Advances in Applied Mechanics*, 1979, vol. 19, pp. 221–309. [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(08\)70311-9](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70311-9)
4. Lushchik V. G., Pavel'ev A. A., and Yakubenko A. E., Transport Equations for Turbulence Characteristics: Models and Results of Calculations, *Advances in Science and Engineering. All-Union Institute of Science and Technical Information. Fluid Mech. Series*, 1988, vol. 22, p. 3 [in Russian].
5. Sakhnov A. Yu., Boundary layer with an asymptotic negative pressure gradient, *Problems and achievements of applied mathematics of mechanics. Collection of scientific papers*. Novosibirsk: Parallel, 2010, pp. 25–34 [in Russian].
6. Moretti P. H., Kays W. M., Heat transfer in turbulent boundary layer with varying free-stream velocity and varying surface temperature—an experimental study, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1965, vol. 8, pp. 1187–202. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(65\)90062-1](https://doi.org/10.1016/0017-9310(65)90062-1)
7. Sreenivasan K. R., Laminar, relaminarizing and retransitional flows, *Acta Mech.*, 1982, vol. 44, pp. 1–48. <https://doi.org/10.1007/BF01190916>
8. Badry Narayanan M. A., Ramjee V., On the criteria for reverse transition in a two-dimensional boundary-layer flow, *J. Fluid Mech.*, 1969, vol. 35, no. 2, pp. 225–241. <https://doi.org/10.1017/S002211206900108X>
9. Kays W. M., *Convective Heat and Mass Transfer*, New York: McGraw-Hill, 1966.
10. Clauser F. H., Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients, *J. Aeronautical Sci.*, 1954. DOI:10.2514/8.2938
11. Bourassa C., Thomas F. O., An experimental investigation of a highly accelerated turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, vol. 634, pp. 359–404. <https://doi.org/10.1017/S0022112009007289>
12. Jones M. B., Marusic I., Perry A. E., Evolution and structure of sink-flow turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, 2001, vol. 428, pp. 1–27. <https://doi.org/10.1017/S0022112000002597>
13. Escudier M. P., Abdel-Hameed A., Johnson M. W., Sutcliffe C. J., Laminarization and retransition of a turbulent boundary layer subjected to favourable pressure gradient, *Exp. Fluids*, 1998, vol. 25, pp. 491–502.
14. Lushchik V. G., Pavel'ev A. A., Yakubenko A. E., Three-parameter model of turbulence: Heat transfer calculations, *Fluid Dynamics*, 1986, vol. 21, pp. 200–211. DOI: 10.1007/BF01050170
15. Lushchik V. G., Pavel'ev A. A., Yakubenko A. E., Turbulent flows. Models and numerical investigation. A review, *Fluid Dynamics*, 1994, vol. 29, no. 4, pp. 440–457.
16. Lushchik V.G., Pavel'ev A.A., Yakubenko A.E., Transition to turbulence in the boundary layer on a plate in the presence of a negative free-stream pressure gradient, *Fluid Dynamics*, 2004, vol. 39, no. 2, pp. 250–259. DOI:10.1023/B:FLUI.0000030309.79878.13

17. Lushchik V. G., Makarova M. S., Reshmin A. I., Laminarization of flow with heat transfer in a plane channel with a confuser, *Fluid Dynamics*, 2019, vol. 54, no. 1, pp. 67–76.
<https://doi.org/10.1134/S0015462819010099>
18. Lushchik V. G., Reshmin A. I., Teplovodskii S. Kh, Trifonov V. V., Numerical Modeling of Flow and Heat Transfer in a Flat Confuser, *Fluid Dynamics*, 2024, vol. 59, no. 5, pp. 1634–1645.
DOI:10.1134/S0015462824604108
19. Lushchik V. G., Reshmin A. I., Numerical modeling of flow laminarization in channels with a negative pressure gradient, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2024, vol. 25, iss. 4 [in Russian].
<https://chemphys.edu.ru/issues/2024-25-4/articles/1121/>
20. Schlichting H., *Boundary-Layer Theory*, McGraw-Hill, 1979, 817 p.

Статья поступила в редакцию 11 июня 2026 г.