

Starting Convergent-Divergent Nozzle with Busemann Diffuser

Yu. V. Tunik

*Research Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University,
Moscow, 119192, Russia
tunik@imec.msu.ru*

Abstract

The problem of starting a convergent-divergent nozzle with a Busemann diffuser, providing a given air heating, is being solved. The start-up simulates the acceleration of a nozzle in still air to a certain supersonic Mach number. The influence of viscosity on the flow in the diffuser is numerically investigated. The modeling is performed based on two-dimensional non-stationary Navier–Stokes equations and the Godunov–Kolgan difference scheme, adapted for calculating axisymmetric viscous gas flows. It is shown that starting the nozzle does not allow obtaining a stationary isentropic flow in the form of a centered compression wave in the Busemann diffuser. The growth of the viscous layer leads to the formation of a system of inclined and direct shock waves moving upstream, creating zones of subsonic flow in the diffuser. The Busemann solution is not guaranteed to be reached even in the case of a non-viscous gas.

Keywords: Busemann diffuser, nozzle start-up, gas viscosity, shock waves, Godunov–Kolgan difference scheme

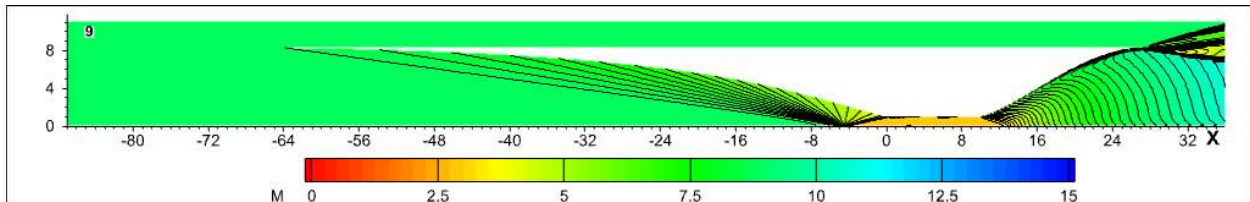


Fig. 1. The result of starting a nozzle with Busemann diffuser without taking into account viscosity at $M_0=9$, $M_1=3$ and a constant adiabatic index 1.397

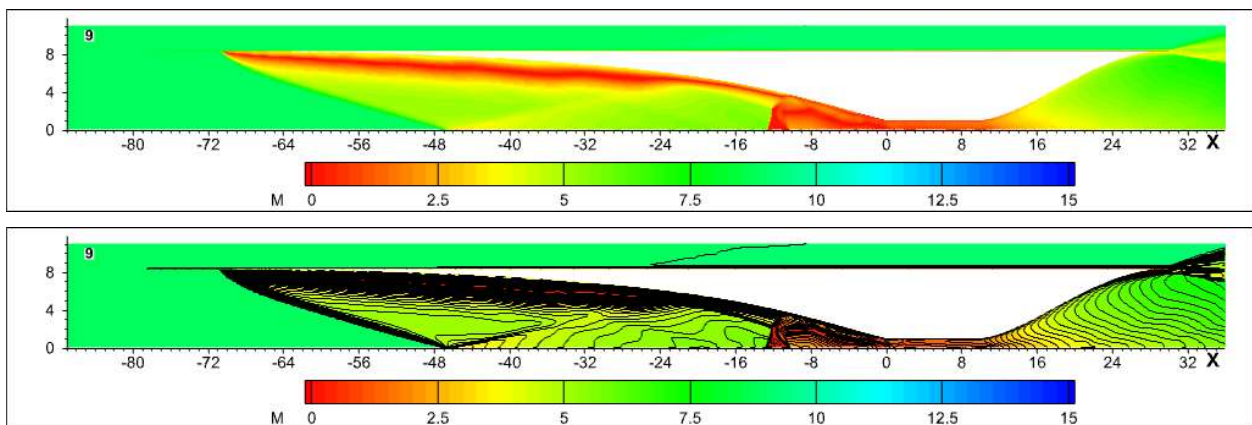


Fig. 2. Mach number distribution during the start-up of a nozzle with Busemann diffuser in a viscous gas at $M_0=9$, $M_1=3$ and altitude of 16 km

УДК 533.6.011+532.13

Запуск конвергентно-дивергентного сопла с диффузором Буземана

Ю. В. Туник

*НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова,
Россия, Москва, 119192, Мичуринский проспект д. 1
tunik@imec.msu.ru*

Аннотация

Решается задача о запуске конвергентно-дивергентного сопла с диффузором Буземана, обеспечивающим заданный нагрев воздуха. Запуск моделирует разгон сопла в воздухе определенного сверхзвукового числа Маха относительно покоящегося воздуха. Численно исследуется влияние вязкости на течение в диффузоре. Моделирование выполняется на основе двумерных нестационарных уравнений Навье – Стокса и разностной схемы Годунова – Колгана, адаптированной для расчета осесимметричных течений вязкого газа. Показано, что запуск сопла не позволяет получить в диффузоре Буземана стационарное изоэнтропическое течение в виде центрированной волны сжатия. Нарастание вязкого слоя приводит к формированию системы наклонных и прямых ударных волн, перемещающихся вверх по потоку с образованием в диффузоре зон дозвукового течения. Выход на решение Буземана не гарантирован даже в случае невязкого газа.

Ключевые слова: диффузор Буземана, запуск сопла, вязкость газа, ударные волны, разностная схема Годунова – Колгана

1. Введение

Диффузор Буземана интересен тем, что замедляет набегающий поток с наименьшими потерями полного давления (см., например, [1–2]). Изменение параметров потока происходит в центрированной осесимметричной волне сжатия, которую замыкает косой скачок уплотнения (рис. 1). В рамках модели невязкого газа определяющими параметрами задачи Буземана являются постоянный показатель адиабаты воздуха γ , число Маха набегающего потока M_0 и число Маха M_1 в потоке за замыкающим скачком уплотнения. Несложный алгоритм построения диффузора Буземана предложен и апробирован в [3].

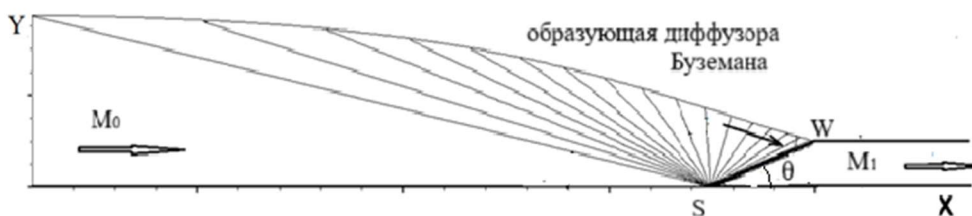


Рис. 1. Схема течения в диффузоре Буземана с последующей цилиндрической камерой

В диффузоре температура газа повышается от T_0 до T_1 . Если задать отношение $K = T_1/T_0$ и число Маха набегающего потока M_0 , то число Маха M_1 определяется соотношением

$$M_1^2 = K^{-1} \left(M_0^2 + \frac{2}{\gamma - 1} \right) - \frac{2}{\gamma - 1}, \quad (1)$$

которое следует из условия сохранения температуры торможения. Таким образом, вместо числа Маха M_1 можно задавать температурный коэффициент K .

Следует отметить, что решение Буземана опирается на предположение о постоянстве показателя адиабаты γ . Однако замедление повышает температуру сверхзвукового потока и, как правило, меняет показатель адиабаты реального газа. Решение Буземана не учитывает также вязкость газа. В данной работе исследуется влияние этих факторов на течение в диффузоре Буземана с заданным повышением температуры в потоке воздуха и сверхзвуковой скоростью за замыкающим скачком уплотнения.

2. Постановка задачи запуска сопла и метод решения

Из (1) следует, что в случае сверхзвукового потока на выходе из диффузора ($M_1 > 1$) достаточно большим должно быть число Маха набегающего потока

$$M_0^2 > K \frac{\gamma+1}{\gamma-1} - \frac{2}{\gamma-1} \quad (2)$$

Так при $K = 6$ и $\gamma = 1.4$ число Маха набегающего потока $M_0 > 5.57$ (см. неравенство 2). В связи с этим ниже в расчетах $M_0 = 6, 7, 8, 9, 11$. В табл. 1 приводятся значения числа Маха M_1 , которые обеспечивают прогрев газа примерно в 6 раз ($K \approx 6$) при показателе адиабаты $\gamma \approx 1.397$, характерного для атмосферного воздуха на высоте 16 км. Кривыми на рис. 2 представлены образующие диффузоров Буземана, построенных при указанных значениях показателя адиабаты γ и температурного коэффициента K . В табл. 1 приводится длина диффузора L/R_0 и его радиус R/R_0 на входе, а также угол наклона замыкающего скачка уплотнения, число Маха потока по нормали к нему, давление p_1/p_0 и температура T_1/T_0 газа за замыкающим скачком уплотнения.

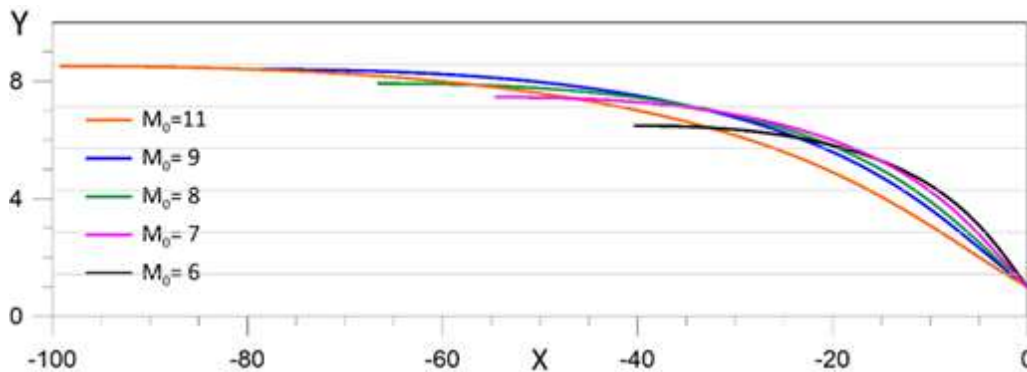


Рис. 2. Образующие диффузора Буземана при $\gamma \approx 1.397$ и $K \approx 6$

Таблица 1

Параметры диффузора Буземана и потока за косым скачком уплотнения

M_0	M_1	L/R_0	R/R_0	θ°	p_1/p_0	T_1/T_0	$Re \times 10^{-7}$
11	4	99.12810	8.509526	9.602295	487.3901	5.990529	3.157
9	3	79.56423	8.401569	12.752950	524.2164	6.128259	2.550
8	2.55	66.59155	7.921407	15.056700	481.4568	5.981437	2.137
7	2	54.53821	7.456172	19.146060	475.7472	5.977957	1.760
6	1.354	40.24060	6.482557	27.89237	455.0400	5.971024	1.312

Корректность численного моделирования течения в диффузоре Буземана проверяется путем решения задачи запуска сопла с диффузором Буземана в ускоряющемся потоке воздуха без учета вязкости и зависимости показателя адиабаты от температуры. В рассматриваемых

соплах за диффузором следует цилиндрический участок длиной $L_c = 10R_0$, где R_0 – радиус цилиндра (рис. 3). Дивергентная секция имеет длину $L_d = 25R_0$ и точку перегиба. Радиусы на входе и выходе сопла равны.

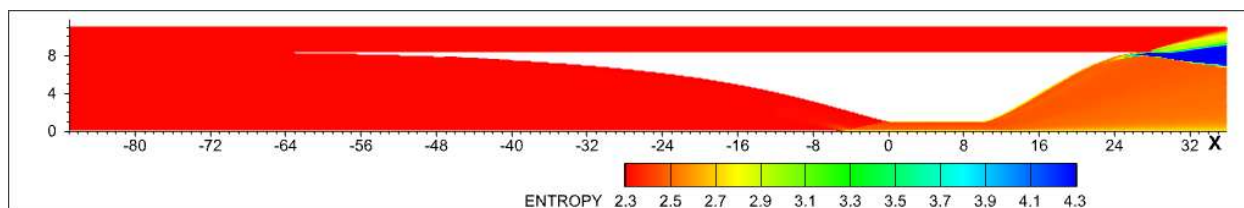


Рис. 3. Конфигурация расчетной области и сопла с диффузором Буземана, а также распределение энтропии в потоке невязкого газа при $M_0 = 9$, $M_1 = 3$ и $\gamma \approx 1.397$

Расчетная область ограничена цилиндрической поверхностью, которая включает в себя внутреннюю полость сопла и область внешнего течения, вне цилиндрического тела, содержащего сопло (см. рис. 2). В начальный момент воздух во всей расчетной области находится в покое при давлении $p_0 \approx 0.1$ атм и температуре $T_0 \approx 216.7$ К, что соответствует атмосфере на высоте 16 км. Затем скорость газа принудительно растет однородно с равномерным ускорением во всей расчетной области до тех пор, пока число Маха на входе не достигнет заданной величины M_0 . Далее условия на входе сохраняются постоянными. Такой запуск можно рассматривать как разгон сопла.

Моделирование возникающего внешнего и внутреннего течения выполняется на основе двумерных нестационарных уравнений Навье – Стокса для осесимметричных течений многокомпонентного вязкого и теплопроводящего газа с использованием формул Уилки для расчета коэффициентов кинематической вязкости и теплопроводности (температуро-проводности) [4]. Учитывается зависимость показателя адиабаты от температуры, энтальпия и энтропия воздуха рассчитываются по приведенным функциям Гиббса для кислорода и азота [5].

На стенках соплового канала в случае вязкого газа задаются условия прилипания и отсутствия теплового потока. Компоненты тензора напряжений вычисляются по производным скорости, температуре и давлению на стенке, которые определяются в результате решения задачи о распаде произвольного разрыва. Значения температуры и плотности на стенке корректируются за счет торможения продольной скорости. Для невязкого газа на стенках используются непротекания, т.е. условия нулевой скорости по нормали. На оси симметрии – условия симметрии течения, на выходе сверхзвуковые условия для зон сверхзвукового течения, а в зонах дозвукового течения задается давление p_0 .

Численное моделирование выполняется с использованием разработанной ранее численной схемы для расчета течений вязкого многокомпонентного газа [4, 6], которая представляет собой модификацию конечно-разностной схемы Годунова – Колгана второго порядка точности для газодинамических уравнений Эйлера [7–8].

3. Запуск в случае невязкого газа

В случае успешного запуска модель невязкого и нетеплопроводного газа с постоянным показателем адиабаты позволяет проверить корректность численного решения. Однако запуск диффузора, рассчитанного на число Маха набегающего потока $M_0 = 6$, заканчивается неудачей: в диффузоре возникает ударная волна, которая распространяется вверх по потоку (рис. 4). Следует отметить, что стационарное решение не удастся получить и в случае запуска путем вброса сопла в сверхзвуковой поток [9] с число Маха равным 6 (Видео 1). Подобным образом не запускается и сопло с диффузором при $M_0 = 7$. Удачный запуск при числе Маха 6 и 7 реализуется только при меньшей степени замедления потока.

При выбранном значении температурного коэффициента ($K \approx 6$) расчет воспроизводит стационарную волну сжатия, начиная с числа Маха $M_0 = 8$ (рис. 5). Наклон замыкающего скачка уплотнения, давление и температура газа в потоке за ним с хорошей точностью согласуются с решением Буземана (см. рис. 6 и табл. 1). Ошибка по полной энтальпии невязкого газа во всей расчетной области, а также изменение энтропии в диффузоре Буземана не превышает 0.5 %.

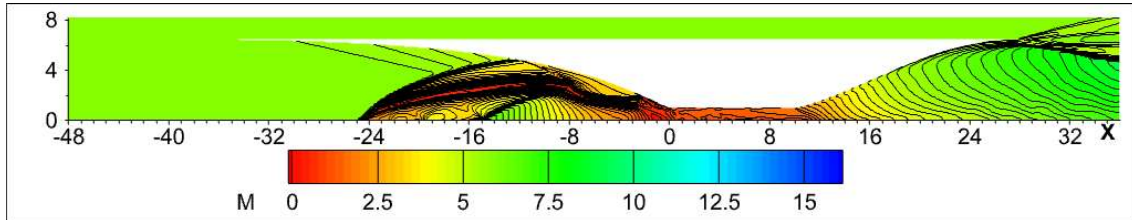


Рис. 4. Линии постоянного числа Маха в случае неудачного запуска сопла с диффузором Буземана, рассчитанным на поток с числом Маха $M_0 = 6$

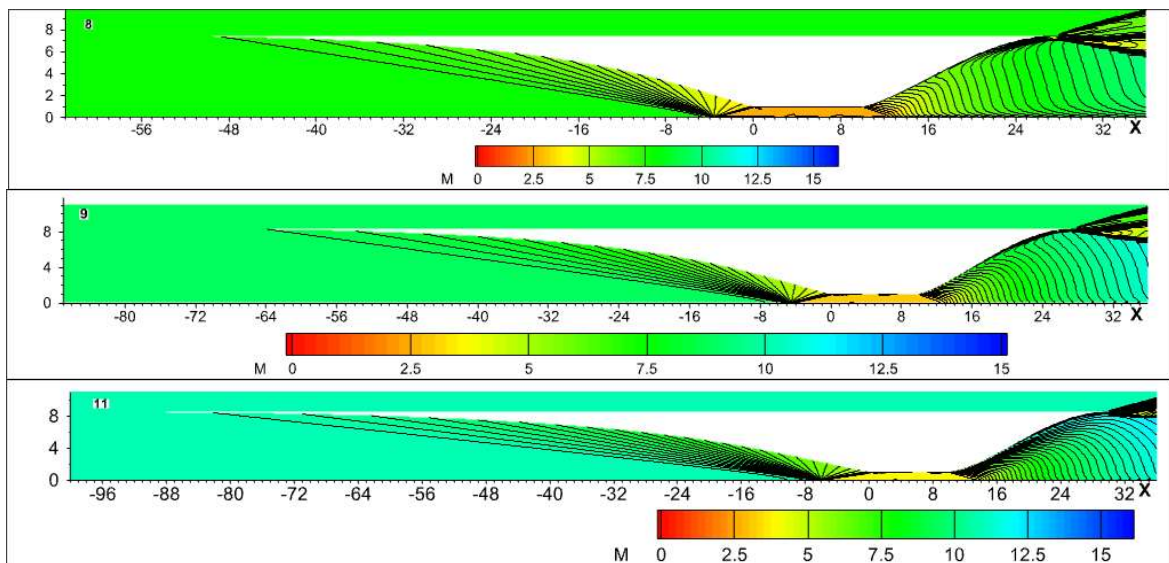


Рис. 5. Линии постоянного числа Маха стационарного течения в соплах с диффузором Буземана, рассчитанным на поток с числом Маха $M_0 = 8, 9$ и 11 .

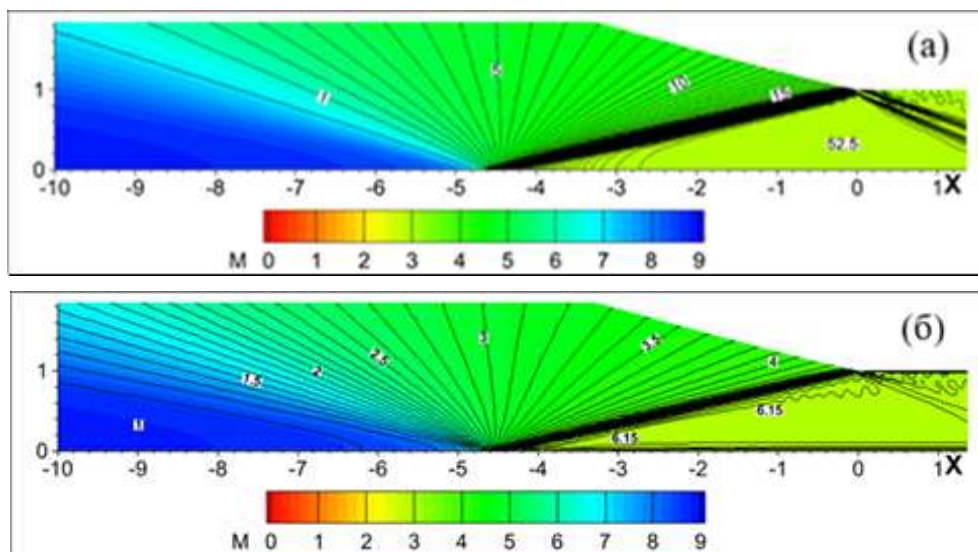


Рис. 6. Изобары (а) и изотермы (б) на фоне числа Маха в окрестности замыкающего скачка уплотнения в невязком потоке при $M_0 = 9$, $M_1 = 3$ и постоянном значении $\gamma \approx 1.397$

Зависимость показателя адиабаты от температуры несколько искажает течение в диффузоре. При $M_0 = 9$, в частности, примерно на 2 градуса уменьшается угол наклона замыкающего скачка уплотнения (рис. 7), число Маха за ним принимает значение 3.2 вместо 3 (рис. 8). Показатель адиабаты в волне сжатия меняется примерно на 4 % (рис. 9), рост энтропии составляет при этом около 20 % (рис. 10). Однако видимость изоэнтропического течения в диффузоре сохраняется (рис. 11).

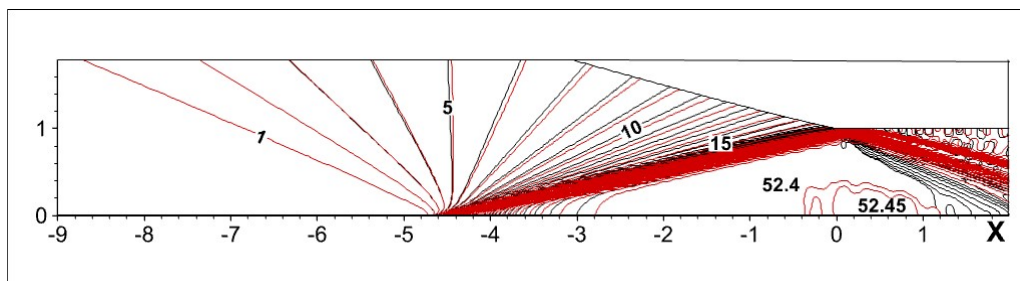


Рис. 7. Изобары в волне сжатия невязкого газа при $M_0 = 9$, $M_1 = 3$ и постоянном (черные кривые с $\gamma \approx 1.397$) и переменном показателе адиабаты, зависящем от температуры (красные кривые)

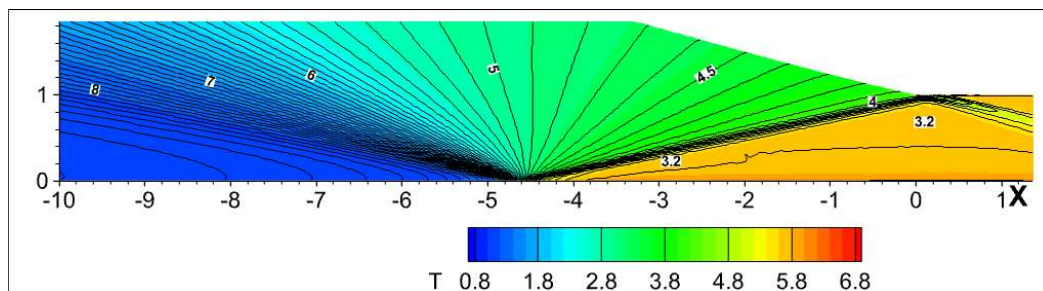


Рис. 8. Линии постоянного числа Маха на фоне температуры в потоке невязкого газа при $M_0 = 9$, $M_1 = 3$ и переменном показателе адиабаты.

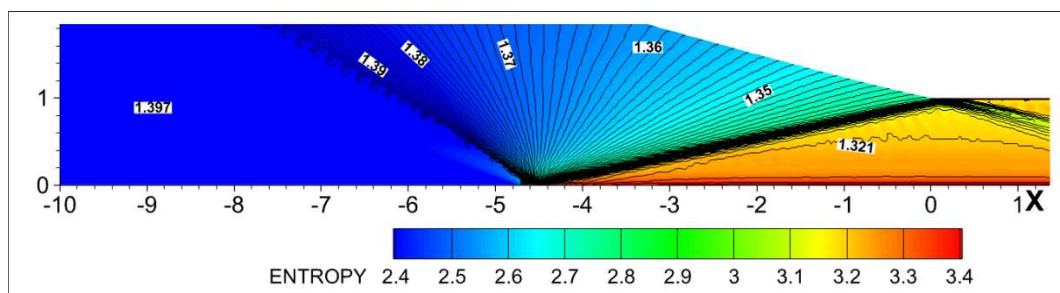


Рис. 9. Линии постоянного значения показателя адиабаты γ на фоне распределения энтропии в потоке невязкого газа при $M_0 = 9$, $M_1 = 3$

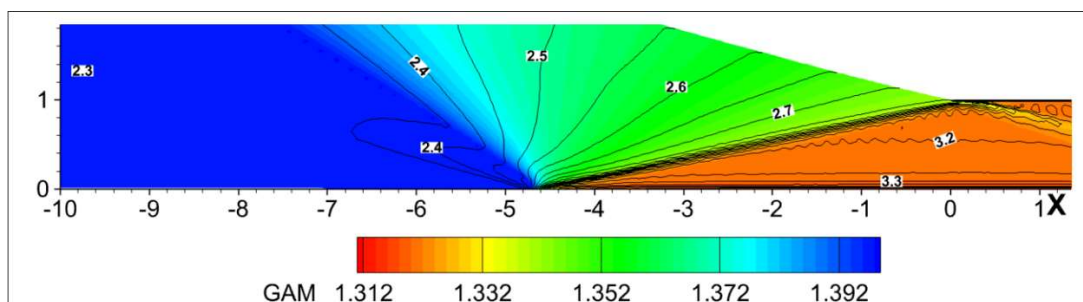


Рис. 10. Кривые постоянного значения энтропии на фоне показателя адиабаты γ в потоке невязкого газа при $M_0 = 9$, $M_1 = 3$

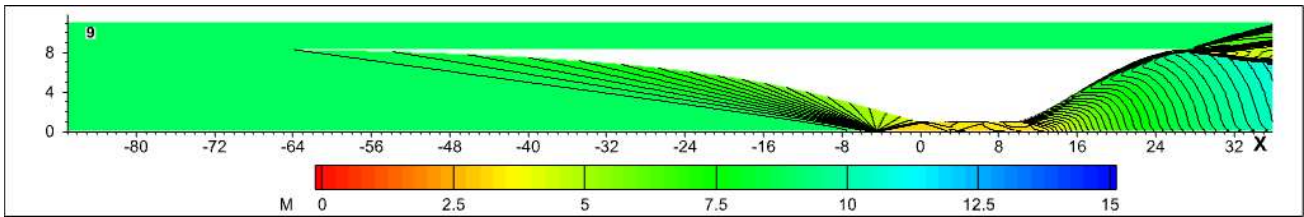


Рис. 11. Линии постоянного значения числа Маха в стационарном потоке невязкого газа с меняющимся показателем адиабаты в сопле с диффузором Буземана, рассчитанном на $M_0 = 9$, $M_1 = 3$

4. Запуск в случае вязкого газа

Если кроме зависимости показателя адиабаты от температуры учитывать вязкость, то в список определяющих параметров добавляются коэффициенты вязкости и теплопроводности, или коэффициент кинематической вязкости и теплопроводности, а также характерный размер соплового канала R_0 . Ниже расчеты проводятся при $R_0 = 10$ см, время нормируется величиной $t_0 = R_0/U_0$, где $U_0^2 = p_0/\rho_0$, ρ_0 – плотность воздуха при давлении p_0 и температуре T_0 . На высоте 16 км $U_0 \approx 250$ м/с, $t_0 \approx 0.4$ мс, характерное значение коэффициента кинематической вязкости $\nu = 8.54 \times 10^{-5}$ м²/с. В таблице 1 представлены значения числа Рейнольдса Re по скорости набегающего потока и радиусу входа.

Высокие значения числа Рейнольдса при числе Маха $M_0 \geq 8$ позволяют предположить, что пограничный слой будет тонким, а влияние вязкости несущественным. Тогда запуск может привести к стационарному решению с изоэнтропическим потоком вне пограничного слоя. На этом основании в [10], например, предлагается ввести небольшую коррекцию диффузора, которая учитывает толщину пограничного слоя и тем самым сохраняет стационарную картину течения близкой к решению Буземана.

Однако запуск с учетом вязкости приводит к неожиданному результату. Вначале появляется надежда на формирование установившегося режима, но со временем происходит нарастание пограничного слоя, которое распространяется от угловой точки диффузора вверх по потоку (видео 2–4 при $M_0 = 8, 9, 11$, соответственно). Это нарастание сопровождается формированием в потоке косой ударной волны, перемещающейся вверх по потоку. В результате отражений от оси симметрии и стенки в диффузоре вслед за первой волной возникает система нестационарных косых и прямых скачков уплотнения (рис. 12–14). Образование зон дозвукового течения срывает запуск сопла с диффузором Буземана.

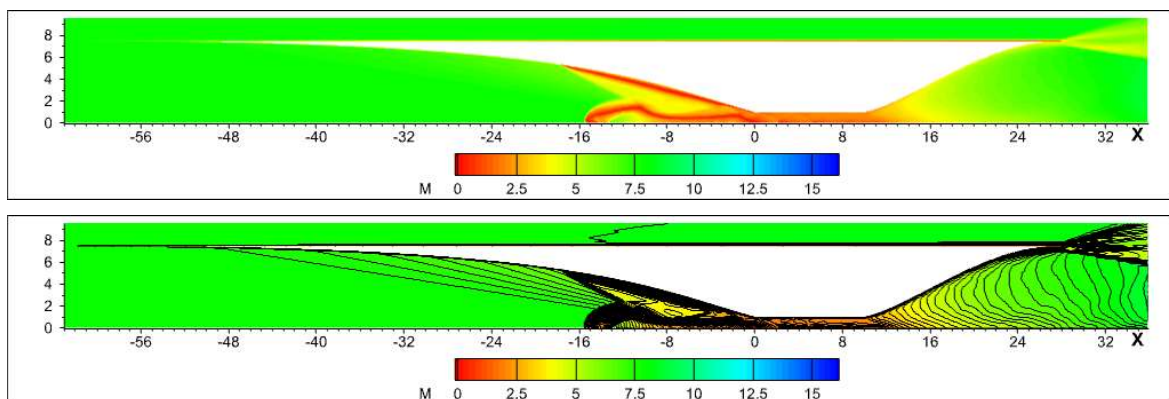


Рис. 12. Распределение числа Маха в процессе запуска сопла с диффузором Буземана при $M_0 = 8$ и $t = 36$

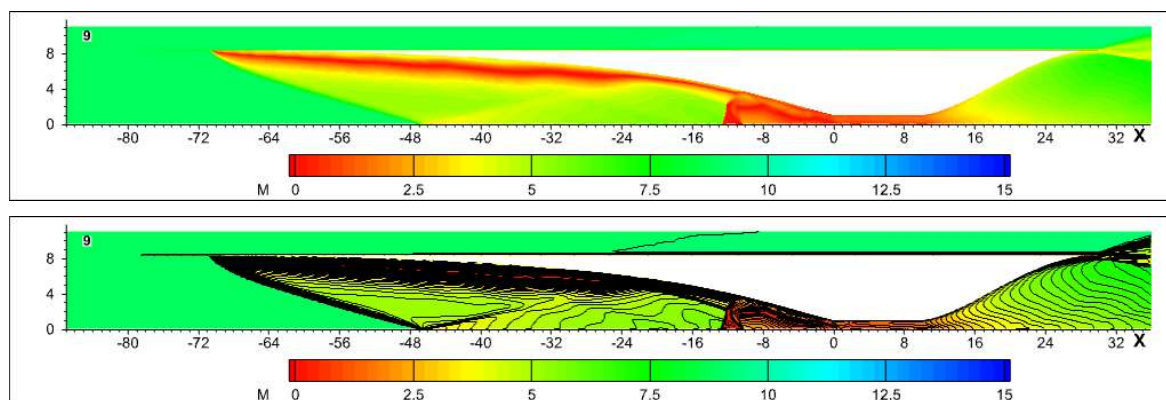


Рис. 13. Распределение числа Маха в процессе запуска сопла с диффузором Буземана при $M_0 = 9$ и $t = 50$

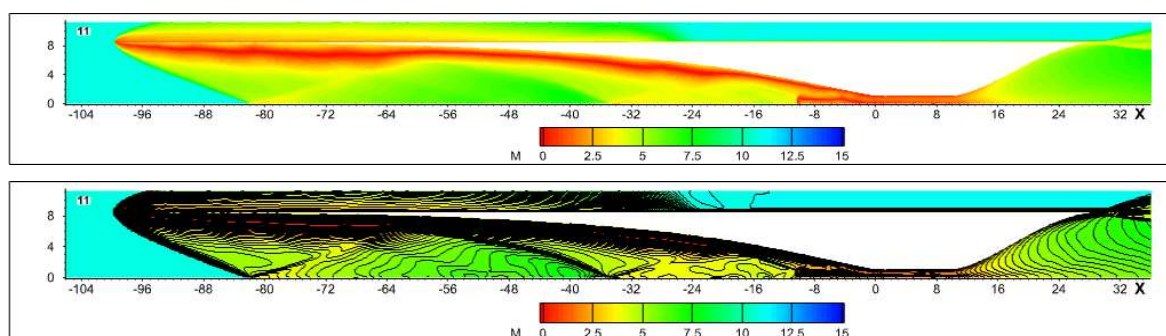


Рис. 14. Распределение числа Маха в процессе запуска сопла с диффузором Буземана при $M_0 = 11$ и $t = 100$

5. Заключение

Запуск сопла не позволяет получить в диффузоре Буземана стационарное изоэнтропическое течение в виде центрированной волны сжатия. Нарастание вязкого слоя приводит к формированию системы наклонных и прямых ударных волн, перемещающихся вверх по потоку с образованием в диффузоре зон дозвукового течения. Выход на решение Буземана не гарантирован даже в случае невязкого газа.

Литература

1. Черный Г. Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
2. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1970. 568 с.
3. Tunik Yu. V., Mayorov V. O. Busemann diffuser for supersonic ramjet engine with detonation combustion of hydrogen-air mixture // International Journal of Hydrogen Energy. 2022. Vol. 47, issue 51. Pp. 21828–21840.
4. Козлов П. В., Левашов В. Ю., Туник Ю. В. Численные эксперименты в ударной трубе с промежуточной и детонационной камерой // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2025. Т. 26, вып. 4. <http://chemphys.ipmnet.ru/issues/2025-26-4/articles/1192/>
5. Гурвич Л. В., Вейц И. В., Медведев В. А. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочник. Т.1. Кн.2. М.: Наука, 1978. 327 с. под редакцией В.П. Глушко.
6. Туник Ю. В. Метод Годунова – Колгана для расчета течений вязкого газа // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2022. Т. 23, вып. 5. <http://chemphys.ipmnet.ru/issues/2022-23-5/articles/1010/>
7. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.

8. Колган В. П. Конечно-разностная схема для расчета двумерных разрывных решений нестационарной газовой динамики // Ученые записки ЦАГИ. 1975. Т. VI, № 1. С. 9–14.
9. Зубин М. А., Туник Ю. В. Запуск осесимметричного сопла Лавалья в гиперзвуковом потоке // Механика жидкости и газа. 2014. № 4. С. 155–160.
10. Flock A. K., Gülhan A. Viscous Effects and Truncation Effects in Axisymmetric Busemann Scramjet Intakes // AIAA J. 2016. Vol. 54, No. 6. Pp. 1881–1891. DOI:10.2514/1.J054287

References

1. Chernyi G. G., *Gas Dynamics*, M.: Nauka, 1988. [in Russian].
2. Sedov L. I., *Continuum mechanics*, vol. 2. M.: Nauka, 1970. 568 p. [in Russian].
3. Tunik Yu. V., Mayorov V. O., Busemann diffuser for supersonic ramjet engine with detonation combustion of hydrogen-air mixture, *International Journal of Hydrogen Energy*, 2022, vol. 47, issue 51, pp. 21828–21840. DOI:10.1016/j.ijhydene.2022.05.023.
4. Kozlov P. V., Levashov V. Yu., Tunik Yu. V., Numerical experiments in a shock tube with an intermediate and detonation chamber, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2025, vol. 26, issue 4 [in Russian]. <http://chemphys.ipmnet.ru/issues/2025-26-4/articles/1192/>
5. Gurvich L. V., Veyts I. V., Medvedev V. A., et al., *Thermodynamic properties of individual substances*. Reference book edited by V.P. Glushko, vol. 1, book 2, M.: Nauka, 1978, 327 p. [in Russian].
6. Tunik Yu. V., Godunov – Kolgan method for calculating viscous gas flows, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2022, vol. 23, iss. 5 [in Russian]. <http://chemphys.ipmnet.ru/issues/2022-23-5/articles/1010/>
7. Godunov S. K., Zabrodin A. V., Ivanov M. Ya., Krayko A. N., Prokopov G. P., *Numerical solution of multidimensional gas dynamics problems*, M: Nauka, 1976, 400 p. [in Russian].
8. Kolgan V. P., A finite-difference scheme for calculating two-dimensional discontinuous solutions of non-stationary gas dynamics, *Scientific Notes of TsAGI*, 1975, vol. VI, no 1, pp. 9–14 [in Russian].
9. Zubin M. A., Tunik Yu. V., Starting of an Axisymmetric Convergent-Divergent Nozzle in a Hypersonic Flow, *Fluid Dynamics*, 2014, vol. 49, no. 4, pp. 557–561. DOI: 10.1134/S0015462814040164
10. Flock A. K., Gülhan A., Viscous Effects and Truncation Effects in Axisymmetric Busemann Scramjet Intakes, *AIAA J.*, 2016, vol. 54, issue 6, pp. 1881–1891. DOI:10.2514/1.J054287

Статья поступила в редакцию 27 февраля 2026 г.